BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TOÁN 7

TẬP MỘT



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

PHAN ĐỨC CHÍNH (Tổng Chủ biên)
TÔN THÂN (Chủ biên)
VŨ HỮU BÌNH - PHẠM GIA ĐỨC - TRẦN LUẬN

TOÁN 7

TẬP MỘT

(Tái bản lần thứ mười một)

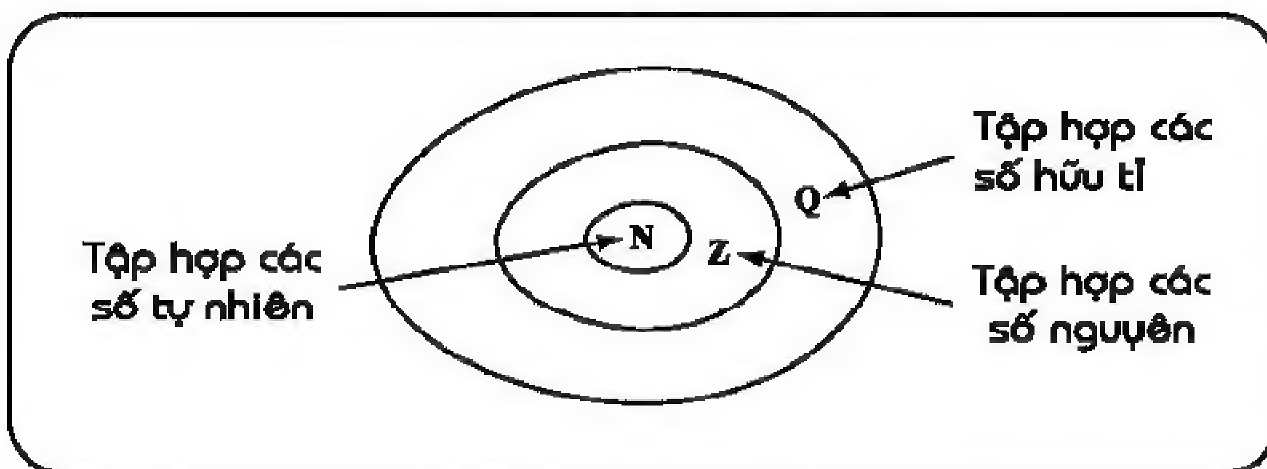
NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

01-2014/CXB/216-1062/GD

Mã số : 2H701T4

Phần ĐẠI SỐ

§1. Tập hợp Q các số hữu tỉ



1. Số hữu tỉ

Ở lớp 6 ta đã biết : Các phân số bằng nhau là các cách viết khác nhau của cùng một số, số đó được gọi là số hữu tỉ.

Giả sử ta có các số : 3 ; – 0,5 ; 0 ; $2\frac{5}{7}$.

Ta có thể viết : $3 = \frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \ldots$

$$-0,5 = \frac{-1}{2} = \frac{1}{-2} = \frac{-2}{4} = \ldots$$

$$0 = \frac{0}{1} = \frac{0}{2} = \frac{0}{-3} = \ldots$$

$$2\frac{5}{7} = \frac{19}{7} = \frac{-19}{-7} = \frac{38}{14} = \ldots$$

Như vậy, các số 3 ; – 0,5 ; 0 ; $2\frac{5}{7}$ đều là số hữu tỉ.

Ta có thể nói :

> *Số hữu tỉ là số viết được dưới dạng phân số* $\frac{a}{b}$ *với* $a, b \in \mathbf{Z}, b \neq 0$.

Tập hợp các số hữu tỉ được kí hiệu là **Q**.

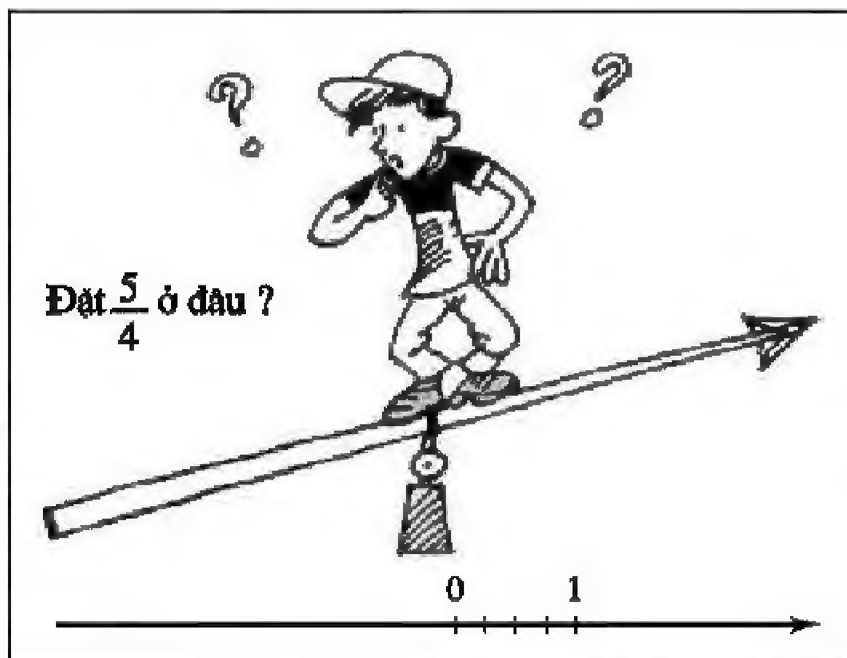
?1 *Vì sao các số* 0,6 ; –1,25 ; $1\frac{1}{3}$ *là các số hữu tỉ ?*

?2 *Số nguyên* a *có là số hữu tỉ không ? Vì sao ?*

2. Biểu diễn số hữu tỉ trên trục số

?3 *Biểu diễn các số nguyên :* –1 ; 1 ; 2 *trên trục số.*

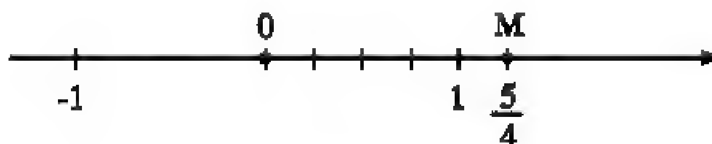
Tương tự như đối với số nguyên, ta có thể biểu diễn mọi số hữu tỉ trên trục số.



Ví dụ 1 : Để biểu diễn số hữu tỉ $\frac{5}{4}$ trên trục số ta làm như sau :

– Chia đoạn thẳng đơn vị (chẳng hạn đoạn từ điểm 0 đến điểm 1) thành bốn phần bằng nhau, lấy một đoạn làm đơn vị mới thì đơn vị mới bằng $\frac{1}{4}$ đơn vị cũ.

– Số hữu tỉ $\frac{5}{4}$ được biểu diễn bởi điểm M nằm bên phải điểm 0 và cách điểm 0 một đoạn bằng 5 đơn vị mới (h.1).



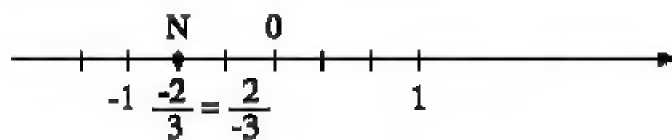
Hình 1

Ví dụ 2 : Để biểu diễn số hữu tỉ $\frac{2}{-3}$ trên trục số ta làm như sau :

– Viết $\frac{2}{-3}$ dưới dạng phân số có mẫu dương : $\frac{2}{-3} = \frac{-2}{3}$;

– Tương tự như trên, chia đoạn thẳng đơn vị thành ba phần bằng nhau, ta được đoạn đơn vị mới bằng $\frac{1}{3}$ đơn vị cũ ;

– Số hữu tỉ $\frac{-2}{3}$ được biểu diễn bởi điểm N nằm bên trái điểm 0 và cách điểm 0 một đoạn bằng 2 đơn vị mới (h.2).



Hình 2

• Trên trục số, điểm biểu diễn số hữu tỉ x được gọi là điểm x.

3. So sánh hai số hữu tỉ

?4 *So sánh hai phân số :* $\frac{-2}{3}$ *và* $\frac{4}{-5}$.

• Với hai số hữu tỉ bất kì x, y ta luôn có : hoặc x = y hoặc x < y hoặc x > y. Ta có thể so sánh hai số hữu tỉ bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi so sánh hai phân số đó.

Ví dụ 1 : So sánh hai số hữu tỉ $-0{,}6$ và $\frac{1}{-2}$.

Giải :

Ta có $-0{,}6 = \frac{-6}{10}$; $\frac{1}{-2} = \frac{-5}{10}$.

Vì $-6 < -5$ và $10 > 0$ nên $\frac{-6}{10} < \frac{-5}{10}$ hay $-0{,}6 < \frac{1}{-2}$.

Ví dụ 2 : So sánh hai số hữu tỉ $-3\frac{1}{2}$ và 0.

Giải :

Ta có $-3\frac{1}{2} = \frac{-7}{2}$; $0 = \frac{0}{2}$.

Vì $-7 < 0$ và $2 > 0$ nên $\frac{-7}{2} < \frac{0}{2}$. Vậy $-3\frac{1}{2} < 0$.

• Nếu x < y thì trên trục số, điểm x ở bên trái điểm y.

• Số hữu tỉ lớn hơn 0 gọi là số hữu tỉ dương ;

Số hữu tỉ nhỏ hơn 0 gọi là số hữu tỉ âm ;

Số hữu tỉ 0 không là số hữu tỉ dương cũng không là số hữu tỉ âm.

?5 *Trong các số hữu tỉ sau, số nào là số hữu tỉ dương, số nào là số hữu tỉ âm, số nào không là số hữu tỉ dương cũng không là số hữu tỉ âm ?*

$$\frac{-3}{7};\ \frac{2}{3};\ \frac{1}{-5};\ -4;\ \frac{0}{-2};\ \frac{-3}{-5}.$$

Bài tập

1. Điền kí hiệu ($\in$, $\notin$, $\subset$) thích hợp vào ô vuông :

$$-3 \square \mathbf{N};\quad -3 \square \mathbf{Z};\quad -3 \square \mathbf{Q};$$

$$\frac{-2}{3} \square \mathbf{Z};\quad \frac{-2}{3} \square \mathbf{Q};\quad \mathbf{N} \square \mathbf{Z} \square \mathbf{Q}.$$

2. a) Trong các phân số sau, những phân số nào biểu diễn số hữu tỉ $\frac{3}{-4}$:

$$\frac{-12}{15},\quad \frac{-15}{20},\quad \frac{24}{-32},\quad \frac{-20}{28},\quad \frac{-27}{36}\ ?$$

b) Biểu diễn số hữu tỉ $\frac{3}{-4}$ trên trục số.

3. So sánh các số hữu tỉ :

a) $x = \frac{2}{-7}$ và $y = \frac{-3}{11}$; b) $x = \frac{-213}{300}$ và $y = \frac{18}{-25}$;

c) $x = -0,75$ và $y = \frac{-3}{4}$.

4. So sánh số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbf{Z}, b \neq 0$) với số 0 khi a, b cùng dấu và khi a, b khác dấu.

5. Giả sử $x = \frac{a}{m}$, $y = \frac{b}{m}$ ($a, b, m \in \mathbf{Z}, m > 0$) và $x < y$. Hãy chứng tỏ rằng nếu chọn $z = \frac{a+b}{2m}$ thì ta có $x < z < y$.

Hướng dẫn : Sử dụng tính chất : Nếu $a, b, c \in \mathbf{Z}$ và $a < b$ thì $a + c < b + c$.

§2. Cộng, trừ số hữu tỉ

1. Cộng, trừ hai số hữu tỉ

Ta đã biết mọi số hữu tỉ đều viết được dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbf{Z}$, $b \neq 0$ (§1).

Nhờ đó, ta có thể cộng, trừ hai số hữu tỉ x, y bằng cách viết chúng dưới dạng hai phân số có cùng một mẫu dương rồi áp dụng quy tắc cộng, trừ phân số. Phép cộng số hữu tỉ có các tính chất của phép cộng phân số : giao hoán, kết hợp, cộng với số 0. Mỗi số hữu tỉ đều có một số đối.

Với $x = \frac{a}{m}$, $y = \frac{b}{m}$ ($a, b, m \in \mathbf{Z}, m > 0$), ta có :

$$\boxed{x + y = \frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{a+b}{m}}$$

$$\boxed{x - y = \frac{a}{m} - \frac{b}{m} = \frac{a-b}{m}}$$

Ví dụ : a) $\frac{-7}{3}+\frac{4}{7}=\frac{-49}{21}+\frac{12}{21}=\frac{(-49)+12}{21}=\frac{-37}{21}$;

b) $(-3)-\left(-\frac{3}{4}\right)=\frac{-12}{4}-\frac{-3}{4}=\frac{(-12)-(-3)}{4}=\frac{-9}{4}$.

?1 *Tính : a)* $0,6+\frac{2}{-3}$; *b)* $\frac{1}{3}-(-0,4)$.

2. Quy tắc "chuyển vế"

Tương tự như trong **Z**, trong **Q** ta cũng có quy tắc "chuyển vế" :

> *Khi chuyển một số hạng từ vế này sang vế kia của một đẳng thức, ta phải đổi dấu số hạng đó.*
>
> *Với mọi* x, y, z ∈ **Q** : $x+y=z \Rightarrow x=z-y$.

Ví dụ : Tìm x, biết $-\frac{3}{7}+x=\frac{1}{3}$.

Giải : Theo quy tắc "chuyển vế", ta có :

$$x=\frac{1}{3}+\frac{3}{7}$$
$$=\frac{7}{21}+\frac{9}{21}$$
$$=\frac{16}{21}.$$

Vậy : $x=\frac{16}{21}$.

?2 *Tìm* x, *biết :*

a) $x-\frac{1}{2}=-\frac{2}{3}$; *b)* $\frac{2}{7}-x=-\frac{3}{4}$.

▶ ***Chú ý :*** *Trong* **Q**, *ta cũng có những tổng đại số, trong đó có thể đổi chỗ các số hạng, đặt dấu ngoặc để nhóm các số hạng một cách tuỳ ý như các tổng đại số trong* **Z**.

Bài tập

6. Tính .

a) $\frac{1}{21}+\frac{1}{28}$;

b) $\frac{8}{18}-\frac{15}{27}$;

c) $\frac{5}{12}+0,75$;

d) $3,5-\left(-\frac{2}{7}\right)$.

7. Ta có thể viết số hữu tỉ $\frac{-5}{16}$ dưới các dạng sau đây :

a) $\frac{-5}{16}$ là tổng của hai số hữu tỉ âm Ví dụ · $\frac{-5}{16}-\frac{-1}{8}+\frac{-3}{16}$;

b) $\frac{-5}{16}$ là hiệu của hai số hữu tỉ dương Ví dụ · $\frac{-5}{16}=1-\frac{21}{16}$.

Với mỗi câu, em hãy tìm thêm một ví dụ.

8. Tính :

a) $\frac{3}{7}+\left(-\frac{5}{2}\right)+\left(-\frac{3}{5}\right)$;

b) $\left(-\frac{4}{3}\right)+\left(-\frac{2}{5}\right)+\left(-\frac{3}{2}\right)$;

c) $\frac{4}{5}\ \left(\ \frac{2}{7}\right)\ \frac{7}{10}$;

d) $\frac{2}{3}\ \left[\left(\ \frac{7}{4}\right)\ \left(\frac{1}{2}+\frac{3}{8}\right)\right]$.

9. Tìm x, biết :

a) $x+\frac{1}{3}-\frac{3}{4}$;

b) $x-\frac{2}{5}-\frac{5}{7}$;

c) $x\ \ \frac{2}{3}=\ \ \frac{6}{7}$;

d) $\frac{4}{7}\ \ x=\frac{1}{3}$

10. Cho biểu thức :

$$A-\left(6-\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right)-\left(5+\frac{5}{3}-\frac{3}{2}\right)-\left(3-\frac{7}{3}+\frac{5}{2}\right)$$

Hãy tính giá trị của A theo hai cách :

Cách 1 : Trước hết, tính giá trị của từng biểu thức trong ngoặc.

Cách 2 : Bỏ dấu ngoặc rồi nhóm các số hạng thích hợp

§3. Nhân, chia số hữu tỉ

Vì mọi số hữu tỉ đều viết được dưới dạng phân số nên ta có thể nhân, chia hai số hữu tỉ x, y bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi áp dụng quy tắc nhân, chia phân số. Phép nhân số hữu tỉ có các tính chất của phép nhân phân số : giao hoán, kết hợp, nhân với số 1, tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng. Mỗi số hữu tỉ khác 0 đều có một số nghịch đảo.

1. Nhân hai số hữu tỉ

Với $x = \frac{a}{b}$, $y = \frac{c}{d}$ ta có

$$\boxed{x \,.\, y = \frac{a}{b} \,.\, \frac{c}{d} = \frac{a\,.\,c}{b\,.\,d}}$$

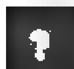
Ví dụ : $\frac{-3}{4} \cdot 2\frac{1}{2} = \frac{-3}{4} \cdot \frac{5}{2} = \frac{(-3).5}{4.2} = \frac{-15}{8}$.

2. Chia hai số hữu tỉ

Với $x = \frac{a}{b}$, $y = \frac{c}{d}$ $(y \neq 0)$ ta có :

$$\boxed{x : y = \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}}$$

Ví dụ : $0,4 : \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{-4}{10} : \frac{2}{3} = \frac{-2}{5} \cdot \frac{3}{-2} = \frac{(-2).3}{5.(-2)} = \frac{3}{5}$.

 *Tính :* a) $3,5 \cdot \left(-1\frac{2}{5}\right)$; b) $\frac{-5}{23} : (-2)$.

 ***Chú ý :*** *Thương của phép chia số hữu tỉ x cho số hữu tỉ y* $(y \neq 0)$ *gọi là tỉ số của hai số x và y, kí hiệu là* $\frac{x}{y}$ *hay* $x : y$.

Ví dụ : Tỉ số của hai số 5,12 và 10,25 được viết là $\frac{-5,12}{10,25}$ hay 5,12 : 10,25.

Bài tập

11. Tính :

a) $\frac{2}{7} \cdot \frac{21}{8}$; b) $0,24 \cdot \frac{15}{4}$;

c) $(\;\;2) \cdot \left(\;\;\frac{7}{12}\right)$; d) $\left(\;\;\frac{3}{25}\right) : 6$.

12. Ta có thể viết số hữu tỉ $\frac{-5}{16}$ dưới các dạng sau đây :

a) $\frac{-5}{16}$ là tích của hai số hữu tỉ. Ví dụ : $\frac{-5}{16} = \frac{-5}{2} \cdot \frac{1}{8}$;

b) $\frac{\;\;5}{16}$ là thương của hai số hữu tỉ. Ví dụ : $\frac{\;\;5}{16} - \frac{\;\;5}{2} : 8$.

Với mỗi câu, em hãy tìm thêm một ví dụ.

13. Tính :

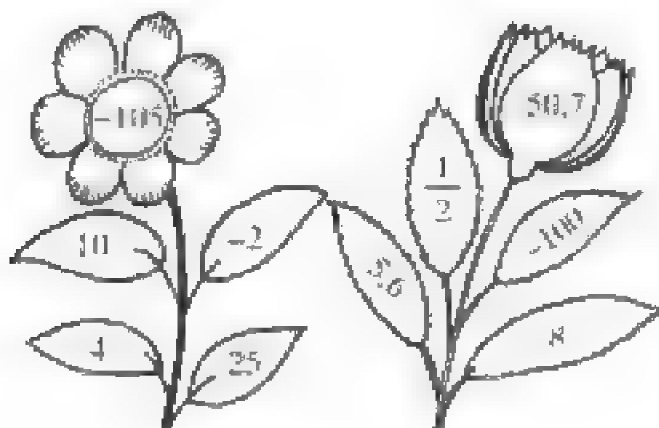
a) $\frac{-3}{4} \cdot \frac{12}{5} \cdot \left(-\frac{25}{6}\right)$; b) $(-2) \cdot \frac{-38}{21} \cdot \frac{-7}{4} \cdot \left(\;\;\frac{3}{8}\right)$;

c) $\left(\frac{11}{12} \cdot \frac{33}{16}\right) \cdot \frac{3}{5}$; d) $\frac{7}{23} \cdot \left[\left(\;\;\frac{8}{6}\right)\;\;\frac{45}{18}\right]$

14. Điền các số hữu tỉ thích hợp vào ô trống :

$\frac{-1}{32}$	×	4	=	
:		×		:
8	:	$\frac{1}{2}$	=	
=		=		=
	×		=	

15. ***Đố*** (h.3) : Em hãy tìm cách "nối" các số ở những chiếc lá bằng dấu các phép tính cộng, trừ, nhân, chia và dấu ngoặc để được một biểu thức có giá trị đúng bằng số ở bông hoa.



Hình 3

16. Tính :

a) $\left(\dfrac{-2}{3}+\dfrac{3}{7}\right):\dfrac{4}{5}+\left(\dfrac{-1}{3}+\dfrac{4}{7}\right):\dfrac{4}{5}$;

b) $\dfrac{5}{9}:\left(\dfrac{1}{11}-\dfrac{5}{22}\right)+\dfrac{5}{9}:\left(\dfrac{1}{15}-\dfrac{2}{3}\right)$.

§4. Giá trị tuyệt đối của một số hữu tỉ. Cộng, trừ, nhân, chia số thập phân

> Với điều kiện nào của số hữu tỉ x thì $|x| = -x$?

1. Giá trị tuyệt đối của một số hữu tỉ

Giá trị tuyệt đối của số hữu tỉ x, kí hiệu $|x|$, là khoảng cách từ điểm x tới điểm 0 trên trục số.

?1 *Điền vào chỗ trống (...) :*

a) Nếu $x = 3,5$ *thì* $|x| = ...$

Nếu $x = \dfrac{-4}{7}$ *thì* $|x| = ...$

b) Nếu $x > 0$ *thì* $|x| = ...$

Nếu $x = 0$ *thì* $|x| = ...$

Nếu $x < 0$ *thì* $|x| =$

Ta có :

$$|x| = \begin{cases} x & \text{nếu } x \geq 0 \\ -x & \text{nếu } x < 0 \end{cases}$$

Ví dụ : $x = \frac{2}{3}$ thì $|x| = \left|\frac{2}{3}\right| = \frac{2}{3}$ (vì $\frac{2}{3} > 0$) ;

$x = -5,75$ thì $|x| = |-5,75| = -(-5,75) = 5,75$ (vì $-5,75 < 0$).

Nhận xét : Với mọi $x \in \mathbf{Q}$ ta luôn có : $|x| \geq 0$, $|x| = |-x|$ và $|x| \geq x$.

?2 *Tìm* x , *biết :*

a) $x = \frac{1}{7}$; *b)* $x = \frac{1}{7}$; *c)* $x = -3\frac{1}{5}$; *d)* $x = 0$.

2. Cộng, trừ, nhân, chia số thập phân

• Để cộng, trừ, nhân, chia các số thập phân, ta có thể viết chúng dưới dạng phân số thập phân rồi làm theo quy tắc các phép tính đã biết về phân số.

Trong thực hành, ta thường cộng, trừ, nhân hai số thập phân theo các quy tắc về giá trị tuyệt đối và về dấu tương tự như đối với số nguyên.

Ví dụ : a) (1,13) + (0,264) = (1,13 + 0,264) = 1,394.

b) $0,245 - 2,134 = 0,245 + (-2,134) = -(2,134 - 0,245) = -1,889$.

c) (5,2) . 3,14 = (5,2 . 3,14) = 16,328.

• Khi chia số thập phân x cho số thập phân y ($y \neq 0$), ta áp dụng quy tắc : Thương của hai số thập phân x và y là thương của |x| và |y| với dấu "+" đằng trước nếu x và y cùng dấu và dấu " " đằng trước nếu x và y khác dấu

Ví dụ : a) $(-0,408) : (-0,34) = +(0,408 : 0,34) = 1,2$.

b) $(-0,408) : (+0,34) = -(0,408 : 0,34) = -1,2$

?3 *Tính : a)* $-3,116 + 0,263$;

b) $(-3,7) . (-2,16)$.

Bài tập

17. 1) Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng ?

a) $|-2,5| = 2,5$; b) $|-2,5| = -2,5$; c) $|-2,5| = -(-2,5)$.

2) Tìm x, biết :

a) $|x| = \frac{1}{5}$; b) $|x| = 0,37$;

c) $|x| = 0$; d) $|x| = 1\frac{2}{3}$.

18. Tính :

a) $-5,17 - 0,469$; b) $-2,05 + 1,73$;

c) $(-5,17) . (-3,1)$; d) $(-9,18) : 4,25$.

19. Với bài tập : Tính tổng $S = (-2,3) + (+41,5) + (-0,7) + (-1,5)$, hai bạn Hùng và Liên đã làm như sau :

Bài làm của Hùng	*Bài làm của Liên*
$S = (-2,3) + (+41,5) + (-0,7) + (-1,5)$	$S = (-2,3) + (+41,5) + (-0,7) + (-1,5)$
$= [(-2,3) + (-0,7) + (-1,5)] + 41,5$	$= [(-2,3) + (-0,7)] + [(+41,5) + (-1,5)]$
$= (-4,5) + 41,5$	$= (-3) + 40$
$= 37$	$= 37$

a) Hãy giải thích cách làm của mỗi bạn.

b) Theo em nên làm cách nào ?

20. Tính nhanh :

a) $6,3 + (-3,7) + 2,4 + (-0,3)$; b) $(-4,9) + 5,5 + 4,9 + (-5,5)$;

c) $2,9 + 3,7 + (-4,2) + (-2,9) + 4,2$; d) $(-6,5) . 2,8 + 2,8 . (-3,5)$.

Luyện tập

21. a) Trong các phân số sau, những phân số nào biểu diễn cùng một số hữu tỉ ?

$$\frac{-14}{35} ; \frac{-27}{63} ; \frac{-26}{65} ; \frac{-36}{84} ; \frac{34}{-85}.$$

b) Viết ba phân số cùng biểu diễn số hữu tỉ $\frac{-3}{7}$.

22. Sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự lớn dần :

$$0{,}3\ ;\quad \frac{-5}{6}\ ;\quad -1\frac{2}{3}\ ;\quad \frac{4}{13}\ ;\quad 0\ ;\quad -0{,}875.$$

23. Dựa vào tính chất "Nếu x < y và y < z thì x < z", hãy so sánh :

a) $\frac{4}{5}$ và 1,1 ; b) −500 và 0,001 ; c) $\frac{13}{38}$ và $\frac{-12}{-37}$.

24. Áp dụng tính chất các phép tính để tính nhanh :

a) (−2,5 . 0,38 . 0,4) − [0,125 . 3,15 . (−8)] ;

b) [(−20,83) . 0,2 + (−9,17) . 0,2] : [2,47 . 0,5 − (−3,53) . 0,5].

25. Tìm x, biết :

a) x − 1,7 = 2,3 ; b) $\left|x + \frac{3}{4}\right| - \frac{1}{3} = 0.$

26. *Sử dụng máy tính bỏ túi* (*)

Tính	Nút ấn	Kết quả
(−1,7) + (−2,9)	[−] [1] [ ] [7] [+] [2] [ ] [9] [+/−] [=]	4,6
(−3,2) − (− 0,8)	[ ] [3] [.] [2] [ ] [.] [8] [+/] [−]	-2,4
4,1 . (−1,6)	[4] [.] [1] [×] [1] [.] [6] [+/] [−]	− 6,56
(3,45) : (2,3)	[−] [3] [.] [4] [5] [÷] [2] [.] [3] [+/] [−]	1,5
(−1,3) . (−2,5) + 4,1 . (−5,6)	[−] [1] [.] [3] [×] [2] [.] [5] [+/−] [M+] [4] [.] [1] [×] [5] [.] [6] [+/−] [M+] [MR]	19,71
0,5 . (−3,1) + 1,5 : (− 0,3)	[.] [5] [×] [3] [.] [1] [+/] [M+] [1] [.] [5] [÷] [.] [3] [+/] [M+] [MR]	6,55

(*) Các bài tập về máy tính bỏ túi trong cuốn sách này được trình bày theo cách sử dụng máy tính bỏ túi SHARP TK-340 hoặc CASIO *fx-220*. Nhiều loại máy tính bỏ túi thông thường khác cũng được sử dụng tương tự

Dùng máy tính bỏ túi để tính :

a) $(-3,1597) + (-2,39)$;

b) $(-0,793) - (-2,1068)$;

c) $(-0,5) . (-3,2) + (-10,1) . 0,2$;

d) $1,2 . (-2,6) + (-1,4) : 0,7$.

§5. Luỹ thừa của một số hữu tỉ

> Có thể viết $(0,25)^8$ và $(0,125)^4$ dưới dạng hai luỹ thừa cùng cơ số ?

1. Luỹ thừa với số mũ tự nhiên

Tương tự như đối với số tự nhiên, với số hữu tỉ x ta định nghĩa :

Luỹ thừa bậc n *của một số hữu tỉ* x, *kí hiệu* x^n, *là tích của* n *thừa số* x (n *là một số tự nhiên lớn hơn* 1).

$$x^n = \underbrace{x.x.x...x}_{\text{n thừa số}} \quad (x \in \mathbf{Q}, n \in \mathbf{N}, n > 1)$$

x^n đọc là x mũ n hoặc x luỹ thừa n hoặc luỹ thừa bậc n của x ; x gọi là *cơ số*, n gọi là *số mũ*.

Quy ước :

$$x^1 = x$$

$$x^0 = 1 \quad (x \neq 0)$$

• Khi viết số hữu tỉ x dưới dạng $\frac{a}{b}$ $(a, b \in \mathbf{Z}, b \neq 0)$ ta có :

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b}.\frac{a}{b}...\frac{a}{b}}_{\text{n thừa số}} = \frac{\overbrace{a.a...a}^{\text{n thừa số}}}{\underbrace{b.b...b}_{\text{n thừa số}}} = \frac{a^n}{b^n}.$$

Vậy :

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}}$$

?1 *Tính* : $\left(\frac{-3}{4}\right)^2$; $\left(\frac{-2}{5}\right)^3$; $(-0,5)^2$; $(-0,5)^3$; $(9,7)^0$.

2. Tích và thương của hai luỹ thừa cùng cơ số

Với số tự nhiên a, ta đã biết :

$$a^m . a^n = a^{m+n}$$

$$a^m : a^n = a^{m-n} \ (a \neq 0, m \geq n).$$

Cũng vậy, đối với số hữu tỉ x, ta có các công thức :

$$\boxed{x^m . x^n = x^{m+n}}$$

(Khi nhân hai luỹ thừa cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số và cộng hai số mũ).

$$\boxed{x^m : x^n = x^{m-n} \quad (x \neq 0, m \geq n)}$$

(Khi chia hai luỹ thừa cùng cơ số khác 0, ta giữ nguyên cơ số và lấy số mũ của luỹ thừa bị chia trừ đi số mũ của luỹ thừa chia).

?2 *Tính : a)* $(-3)^2 . (-3)^3$; *b)* $(-0,25)^5 : (-0,25)^3$.

3. Luỹ thừa của luỹ thừa

?3 *Tính và so sánh :*

a) $(2^2)^3$ *và* 2^6 ; *b)* $\left[\left(\frac{-1}{2}\right)^2\right]^5$ *và* $\left(\frac{-1}{2}\right)^{10}$.

Ta có công thức :

$$\boxed{(x^m)^n = x^{m.n}}$$

(Khi tính luỹ thừa của một luỹ thừa, ta giữ nguyên cơ số và nhân hai số mũ).

?4 *Điền số thích hợp vào ô vuông :*

a) $\left[\left(\frac{-3}{4}\right)^3\right]^2 = \left(-\frac{3}{4}\right)^{\square}$;

b) $\left[(0,1)^4\right]^{\square} = (0,1)^8$.

Bài tập

27. Tính :

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^4;\ \left(-2\frac{1}{4}\right)^3;\ (-0{,}2)^2;\ (-5{,}3)^0.$$

28. Tính :

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^2;\ \left(-\frac{1}{2}\right)^3;\ \left(-\frac{1}{2}\right)^4;\ \left(-\frac{1}{2}\right)^5.$$

Hãy rút ra nhận xét về dấu của luỹ thừa với số mũ chẵn và luỹ thừa với số mũ lẻ của một số hữu tỉ âm.

29. Viết số $\frac{16}{81}$ dưới dạng một luỹ thừa, ví dụ $\frac{16}{81} = \left(\frac{4}{9}\right)^2$. Hãy tìm các cách viết khác.

30. Tìm x, biết :

a) $x : \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{2}$;

b) $\left(\frac{3}{4}\right)^5 \cdot x = \left(\frac{3}{4}\right)^7$.

31. Viết các số $(0{,}25)^8$ và $(0{,}125)^4$ dưới dạng các luỹ thừa của cơ số 0,5.

32. ***Đố :***



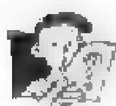
Hãy chọn hai chữ số sao cho có thể viết hai chữ số đó thành một luỹ thừa để được kết quả là số nguyên dương nhỏ nhất. (Chọn được càng nhiều càng tốt).

33. *Sử dụng máy tính bỏ túi*

Tính	Nút ấn	Kết quả
$(2{,}3)^2$	[2] [.] [3] [×] [×] [=]	5,29
$(-1{,}4)^3$	[1] [.] [4] [+/] [×] [×] [=] [=]	−2,744
$(0{,}5)^4$	[.] [5] [×] [×] [=] [=] [=]	0,0625

Dùng máy tính bỏ túi để tính :

$$(3{,}5)^2\ ;\ \ (-\,0{,}12)^3\ ;\ \ (1{,}5)^4\ ;\ \ (-\,0{,}1)^5\ ;\ \ (1{,}2)^6.$$



Có thể em chưa biết

Thử tài Fi-bô-na-xi

Fi-bô-na-xi (nhà toán học I-ta-li-a thế kỉ XIII) đã từng tham gia nhiều cuộc tranh tài toán học và đã công bố nhiều lời giải hay cho những bài toán khó. Năm 1225, hoàng đế La Mã Frê-đê-ric II cùng một số nhà toán học đã thử tài Fi-bô-na-xi bằng bài toán sau : "Tìm số hữu tỉ x sao cho $x^2 + 5$ và $x^2 - 5$ đều là bình phương của các số hữu tỉ".

Sau khi suy nghĩ một lúc, Fi-bô-na-xi đã tìm ra số đó là $\frac{41}{12}$.



Thật vậy :

$$\left(\frac{41}{12}\right)^2 + 5 = \frac{1681}{144} + 5 = \frac{2401}{144} = \left(\frac{49}{12}\right)^2$$

$$\left(\frac{41}{12}\right)^2 - 5 = \frac{1681}{144} - 5 = \frac{961}{144} = \left(\frac{31}{12}\right)^2.$$

Đến nay, người ta cũng chưa biết chính xác Fi-bô-na-xi đã tìm ra số đó bằng cách nào !

Fi-bô-na-xi được nhiều người biết đến nhờ dãy số mang tên ông : 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... Dãy số này có quy luật thành lập rất đơn giản : Hai số hạng đầu là 1, mỗi số hạng của dãy kể từ số hạng thứ ba đều bằng tổng hai số hạng đứng liền trước nó.

Dãy Fi-bô-na-xi có nhiều tính chất toán học lí thú

§6. Luỹ thừa của một số hữu tỉ (tiếp)

Tính nhanh tích $(0,125)^3 . 8^3$ như thế nào ?

1. Luỹ thừa của một tích

?1 *Tính và so sánh :*

a) $(2 . 5)^2$ *và* $2^2 . 5^2$; *b)* $\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}\right)^3$ *và* $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3$.

Ta có công thức :

$$(x . y)^n = x^n . y^n$$

(Luỹ thừa của một tích bằng tích các luỹ thừa).

?2 *Tính :*

a) $\left(\frac{1}{3}\right)^5 . 3^5$; *b)* $(1,5)^3 . 8$.

2. Luỹ thừa của một thương

?3 *Tính và so sánh :*

a) $\left(\frac{-2}{3}\right)^3$ *và* $\frac{(-2)^3}{3^3}$; *b)* $\frac{10^5}{2^5}$ *và* $\left(\frac{10}{2}\right)^5$

Ta có công thức :

$$\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n} \quad (y \neq 0)$$

(Luỹ thừa của một thương bằng thương các luỹ thừa).

?4 *Tính :* $\frac{72^2}{24^2}$; $\frac{(-7,5)^3}{(2,5)^3}$; $\frac{15^3}{27}$.

?5 *Tính :*

a) $(0,125)^3 \,.\, 8^3$; *b)* $(-39)^4 : 13^4$.

Bài tập

34. Trong vở bài tập của bạn Dũng có bài làm sau :

a) $(-5)^2 \,.\, (-5)^3 = (-5)^6$; b) $(0,75)^3 : 0,75 = (0,75)^2$;

c) $(0,2)^{10} : (0,2)^5 = (0,2)^2$; d) $\left[\left(-\frac{1}{7}\right)^2\right]^4 = \left(-\frac{1}{7}\right)^6$;

e) $\frac{50^3}{125} = \frac{50^3}{5^3} = \left(\frac{50}{5}\right)^3 = 10^3 = 1000$; f) $\frac{8^{10}}{4^8} = \left(\frac{8}{4}\right)^{10-8} = 2^2$

Hãy kiểm tra lại các đáp số và sửa lại chỗ sai (nếu có).

35. Ta thừa nhận tính chất sau đây : *Với* a ≠ 0, a ≠ ± 1, *nếu* a^m a^n *thì* m   n.
Dựa vào tính chất này, hãy tìm các số tự nhiên m và n, biết :

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^m = \frac{1}{32}$; b) $\frac{343}{125} = \left(\frac{7}{5}\right)^n$.

36. Viết các biểu thức sau dưới dạng luỹ thừa của một số hữu tỉ :

a) $10^8 \,.\, 2^8$; b) $10^8 : 2^8$; c) $25^4 \,.\, 2^8$;

d) $15^8 \,.\, 9^4$; e) $27^2 : 25^3$.

37. Tìm giá trị của các biểu thức sau :

a) $\frac{4^2 \cdot 4^3}{2^{10}}$; b) $\frac{(0,6)^5}{(0,2)^6}$;

c) $\frac{2^7 \,.\, 9^3}{6^5 \,.\, 8^2}$; d) $\frac{6^3 + 3 \cdot 6^2 + 3^3}{-13}$.

Luyện tập

38. a) Viết các số 2^{27} và 3^{18} dưới dạng các luỹ thừa có số mũ là 9.

b) Trong hai số 2^{27} và 3^{18}, số nào lớn hơn ?

39. Cho $x \in \mathbf{Q}$ và $x \neq 0$. Viết x^{10} dưới dạng :

a) Tích của hai luỹ thừa trong đó có một thừa số là x^7

b) Luỹ thừa của x^2.

c) Thương của hai luỹ thừa trong đó số bị chia là x^{12}.

40. Tính :

a) $\left(\frac{3}{7}+\frac{1}{2}\right)^2$; b) $\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{6}\right)^2$; c) $\frac{5^4 \,.\, 20^4}{25^5 \,.\, 4^5}$; d) $\left(\frac{-10}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{-6}{5}\right)^4$.

41. Tính .

a) $\left(1+\frac{2}{3}-\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{4}{5}-\frac{3}{4}\right)^2$; b) $2 : \left(\frac{1}{2}-\frac{2}{3}\right)^3$.

42. Tìm số tự nhiên n, biết :

a) $\frac{16}{2^n} = 2$; b) $\frac{(-3)^n}{81} = -27$; c) $8^n : 2^n = 4$.

43. ***Đố :*** Biết rằng $1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 10^2 = 385$, đố em tính nhanh được tổng :

$$S = 2^2 + 4^2 + 6^2 + ... + 20^2.$$

Bài đọc thêm

Luỹ thừa với số mũ nguyên âm

Cùng với luỹ thừa với số mũ tự nhiên, người ta còn xét cả luỹ thừa với số mũ nguyên âm của một số khác 0. Ta có định nghĩa :

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n} \quad (n \in \mathbf{N}^*,\ x \neq 0).$$

Ví dụ :

$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$; $1\,\text{mm} = \frac{1}{1000}\,\text{m} = 10^{-3}\,\text{m}$; $1\,\text{nm} = \underbrace{0{,}00\ ...\ 0}_{8 \text{ chữ số } 0}1\,\text{m} = 10^{-9}\,\text{m}$.

(nm là kí hiệu của tên đơn vị nanomét).

Luỹ thừa với số mũ nguyên âm của 10 thường được dùng để viết những số rất nhỏ cho thuận tiện. Ví dụ, khối lượng của nguyên tử hydro $(\underbrace{0{,}00\ ...0}_{23 \text{ chữ số } 0}166\,\text{g})$ được viết gọn là $1{,}66 \,.\, 10^{-24}\,\text{g}$.

§7. Tỉ lệ thức

Đẳng thức của hai tỉ số được gọi là gì ?

1. Định nghĩa

Ví dụ : So sánh hai tỉ số $\frac{15}{21}$ và $\frac{12,5}{17,5}$.

Ta có : $\frac{15}{21} = \frac{5}{7}$; $\frac{12,5}{17,5} = \frac{125}{175} = \frac{25}{35} = \frac{5}{7}$.

Do đó : $\frac{15}{21} = \frac{12,5}{17,5}$.

Ta nói đẳng thức $\frac{15}{21} = \frac{12,5}{17,5}$ là một *tỉ lệ thức*.

Ta có định nghĩa :

> *Tỉ lệ thức là đẳng thức của hai tỉ số* $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ còn được viết là $a : b = c : d$.

Chẳng hạn, tỉ lệ thức $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ còn được viết là $3 : 4 = 6 : 8$.

Ghi chú : Trong tỉ lệ thức $a : b = c : d$, các số a, b, c, d được gọi là các *số hạng* của tỉ lệ thức ; a và d là các số hạng ngoài hay *ngoại tỉ*, b và c là các số hạng trong hay *trung tỉ*.

?1 *Từ các tỉ số sau đây có lập được tỉ lệ thức không ?*

a) $\frac{2}{5} : 4$ *và* $\frac{4}{5} : 8$;

b) $-3\frac{1}{2} : 7$ *và* $-2\frac{2}{5} : 7\frac{1}{5}$.

2. Tính chất

Tính chất 1 (Tính chất cơ bản của tỉ lệ thức)

Xét tỉ lệ thức $\frac{18}{27} = \frac{24}{36}$. Nhân hai tỉ số của tỉ lệ thức này với tích 27 . 36, ta được :

$$\frac{18}{27} \cdot (27 . 36) = \frac{24}{36} \cdot (27 . 36)$$

hay $$18 . 36 = 24 . 27$$

?2 *Bằng cách tương tự, từ tỉ lệ thức* $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, *ta có thể suy ra* ad = bc *không ?*

> *Nếu* $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ *thì* ad = bc.

Tính chất 2

Từ đẳng thức 18 . 36 = 24 . 27, ta có suy ra được tỉ lệ thức $\frac{18}{27} = \frac{24}{36}$ không ?

Ta có thể làm như sau :

Chia hai vế của đẳng thức 18 . 36 = 24 . 27 cho tích 27 . 36, ta được :

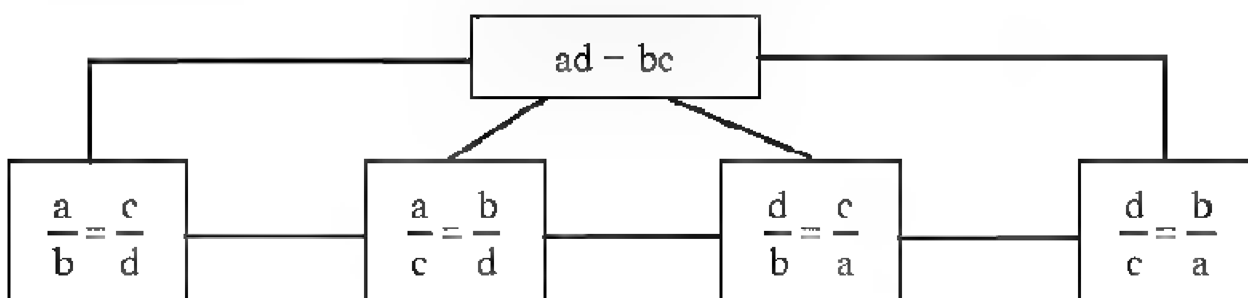
$$\frac{18 . 36}{27 . 36} = \frac{24 . 27}{27 . 36}$$

hay $$\frac{18}{27} = \frac{24}{36}.$$

?3 *Bằng cách tương tự, từ đẳng thức* ad = bc, *ta có thể suy ra tỉ lệ thức* $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ *không ?*

> *Nếu* ad = bc *và* a, b, c, d ≠ 0 *thì ta có các tỉ lệ thức :*
>
> $$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{d}, \quad \frac{d}{b} = \frac{c}{a}, \quad \frac{d}{c} = \frac{b}{a}.$$

• Như vậy, với a, b, c, d ≠ 0 từ một trong năm đẳng thức sau đây ta có thể suy ra các đẳng thức còn lại :



Bài tập

44. Thay tỉ số giữa các số hữu tỉ bằng tỉ số giữa các số nguyên :

a) 1,2 : 3,24 ; b) $2\frac{1}{5} : \frac{3}{4}$; c) $\frac{2}{7} : 0,42$.

45. Tìm các tỉ số bằng nhau trong các tỉ số sau đây rồi lập các tỉ lệ thức :

$$28 : 14 ;\quad 2\frac{1}{2} : 2 ;\quad 8 : 4 ;\quad \frac{1}{2} : \frac{2}{3} ;\quad 3 : 10 ;\quad 2,1 : 7 ;\quad 3 : 0,3.$$

46. Tìm x trong các tỉ lệ thức sau :

a) $\frac{x}{27} = \frac{-2}{3,6}$; b) – 0,52 : x = – 9,36 : 16,38 ; c) $\frac{4\frac{1}{4}}{2\frac{7}{8}} = \frac{x}{1,61}$.

47. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ các đẳng thức sau :

a) 6 . 63 = 9 . 42 ; b) 0,24 . 1,61 = 0,84 . 0,46.

48. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ tỉ lệ thức sau :

$$\frac{15}{5,1} = \frac{35}{11,9}.$$

Luyện tập

49. Từ các tỉ số sau đây có lập được tỉ lệ thức không ?

a) 3,5 : 5,25 và 14 : 21 ; b) $39\frac{3}{10} : 52\frac{2}{5}$ và 2,1 : 3,5 ;

c) 6,51 : 15,19 và 3 : 7 ; d) $-7 : 4\frac{2}{3}$ và 0,9 : (– 0,5).

50. *Tên một tác phẩm nổi tiếng của Hưng Đạo Vương Trần Quốc Tuấn.*

Điền số thích hợp vào các ô vuông dưới đây để có tỉ lệ thức. Sau đó, viết các chữ tương ứng với các số tìm được vào các ô ở hàng dưới cùng của bài em sẽ biết được tên một tác phẩm nổi tiếng của Hưng Đạo Vương Trần Quốc Tuấn (1228 - 1300), vị anh hùng của dân tộc ta đồng thời là danh nhân quân sự của thế giới.



N. $\square : 6 = 7 : 3$

H. $20 . \square = (-12) : 15$

C. $6 : 27 = \square : 72$

I. $(-15) : 35 = 27 : \square$

Ư. $\dfrac{-4,4}{9,9} = \dfrac{\square}{1,89}$

Ế. $\dfrac{-0,65}{0,91} = \dfrac{-6,55}{\square}$

Y. $\dfrac{4}{5} : 1\dfrac{2}{5} = 2\dfrac{2}{5} : \square$

Ợ. $\dfrac{1}{2} . 1\dfrac{1}{4} = \square . 3\dfrac{1}{3}$

B. $\dfrac{1}{2} : \square = \dfrac{3}{4} : 5\dfrac{1}{4}$

U. $\square : 1\dfrac{1}{4} = 1\dfrac{1}{5} : 2$

L. $\dfrac{\square}{2,7} = \dfrac{0,7}{6,3}$

T. $\dfrac{2,4}{\square} = \dfrac{5,4}{13,5}$

$3\frac{1}{2}$		14		6		– 0,84		9,17		0,3		$1\frac{1}{3}$	
	– 63		–25		–25		$4\frac{1}{5}$		$\frac{3}{4}$		– 0,84		16

51. Lập tất cả các tỉ lệ thức có thể được từ bốn số sau :

$$1{,}5\ ; \quad 2\ ; \quad 3{,}6\ ; \quad 4{,}8.$$

52. Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ với a, b, c, d $\neq 0$, ta có thể suy ra :

A) $\frac{a}{c} = \frac{d}{b}$; B) $\frac{a}{b} = \frac{d}{c}$; C) $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$; D) $\frac{a}{d} = \frac{b}{c}$.

Hãy chọn câu trả lời đúng.

53. ***Đố :***

Tỉ số $\dfrac{6\frac{1}{5}}{5\frac{1}{6}}$ có thể "rút gọn" như sau : $\dfrac{6\frac{1}{5}}{5\frac{1}{6}} = \dfrac{6}{5}$.

("Rút gọn" bằng cách xoá bỏ phần phân số ở hai hỗn số, giữ lại phần nguyên là được kết quả)

Ta được kết quả đúng. (Hãy kiểm tra !)

Đố em viết được một tỉ số khác cũng có thể "rút gọn" như vậy !

§8. Tính chất của dãy tỉ số bằng nhau

> **Từ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ có thể suy ra $\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}$ không ?**

1. Tính chất của dãy tỉ số bằng nhau

?1 *Cho tỉ lệ thức* $\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$.

Hãy so sánh các tỉ số $\frac{2+3}{4+6}$ *và* $\frac{2-3}{4-6}$ *với các tỉ số trong tỉ lệ thức đã cho.*

- Xét tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Gọi giá trị chung của các tỉ số đó là k, ta có :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k \qquad (1)$$

Suy ra $\qquad a = k \,.\, b, \quad c = k \,.\, d.$

Ta có :

$$\frac{a+c}{b+d}=\frac{k.b+k.d}{b+d}=\frac{k.(b+d)}{b+d}=k \qquad (2) \qquad (b+d\neq 0)$$

$$\frac{a-c}{b-d}=\frac{k.b-k.d}{b-d}=\frac{k.(b-d)}{b-d}=k \qquad (3) \qquad (b-d\neq 0).$$

Từ (1), (2) và (3), suy ra :

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}=\frac{a-c}{b-d} \qquad (b\neq d \text{ và } b\neq -d).$$

Tính chất trên còn được mở rộng cho dãy tỉ số bằng nhau.

Chẳng hạn :

Từ dãy tỉ số bằng nhau $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}$ *ta suy ra :*

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{a+c+e}{b+d+f}=\frac{a-c+e}{b-d+f}.$$

(Giả thiết các tỉ số đều có nghĩa).

Ví dụ : Từ dãy tỉ số $\frac{1}{3}=\frac{0,15}{0,45}=\frac{6}{18}$, áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có :

$$\frac{1}{3}=\frac{0,15}{0,45}=\frac{6}{18}=\frac{1+0,15+6}{3+0,45+18}=\frac{7,15}{21,45}.$$

2. Chú ý

Khi có dãy tỉ số $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{5}$, *ta nói các số* a, b, c *tỉ lệ với các số* 2 ; 3 ; 5

Ta cũng viết : a : b : c = 2 : 3 : 5.

?2 *Dùng dãy tỉ số bằng nhau để thể hiện câu nói sau :*

Số học sinh của ba lớp 7A, 7B, 7C *tỉ lệ với các số* 8 ; 9 ; 10

Bài tập

54. Tìm hai số x và y, biết : $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$ và $x + y = 16$.

55. Tìm hai số x và y, biết : $x : 2 = y : (-5)$ và $x - y = -7$.

56. Tìm diện tích của một hình chữ nhật biết rằng tỉ số giữa hai cạnh của nó bằng $\frac{2}{5}$ và chu vi bằng 28m.

57. Số viên bi của ba bạn Minh, Hùng, Dũng tỉ lệ với các số 2 ; 4 ; 5. Tính số viên bi của mỗi bạn, biết rằng ba bạn có tất cả 44 viên bi.



58. Hai lớp 7A và 7B đi lao động trồng cây. Biết rằng tỉ số giữa số cây trồng được của lớp 7A và lớp 7B là 0,8 và lớp 7B trồng nhiều hơn lớp 7A là 20 cây. Tính số cây mỗi lớp đã trồng.



Luyện tập

59. Thay tỉ số giữa các số hữu tỉ bằng tỉ số giữa các số nguyên :

a) $2{,}04 \,.\, (-3{,}12)$;

b) $\left(-1\frac{1}{2}\right) : 1{,}25$;

c) $4 : 5\frac{3}{4}$;

d) $10\frac{3}{7} : 5\frac{3}{14}$.

60. Tìm x trong các tỉ lệ thức sau :

a) $\left(\frac{1}{3} \cdot x\right) : \frac{2}{3} = 1\frac{3}{4} : \frac{2}{5}$;

b) $4{,}5 : 0{,}3 = 2{,}25 : (0{,}1 \,.\, x)$;

c) $8 : \left(\frac{1}{4} \cdot x\right) = 2 : 0{,}02$;

d) $3 : 2\frac{1}{4} = \frac{3}{4} : (6 \,.\, x)$.

61. Tìm ba số x, y, z, biết rằng :

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3},\ \frac{y}{4} = \frac{z}{5} \text{ và } x + y - z = 10.$$

62. Tìm hai số x và y, biết rằng :

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{5} \text{ và } xy = 10.$$

63. Chứng minh rằng từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $(a - b \neq 0,\ c - d \neq 0)$ ta có thể suy ra tỉ lệ thức $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$.

64. Số học sinh bốn khối 6, 7, 8, 9 tỉ lệ với các số 9 ; 8 ; 7 ; 6. Biết rằng số học sinh khối 9 ít hơn số học sinh khối 7 là 70 học sinh. Tính số học sinh mỗi khối.

§9. Số thập phân hữu hạn. Số thập phân vô hạn tuần hoàn

> Số 0,323232... có phải là số hữu tỉ không ?

1. Số thập phân hữu hạn. Số thập phân vô hạn tuần hoàn

Ví dụ 1 : Viết các phân số $\frac{3}{20}$, $\frac{37}{25}$ dưới dạng số thập phân.

Ta có :

3,0	20
1 00	0,15
0	

37	25
120	1,48
200	
0	

Vậy : $\frac{3}{20} = 0,15$; $\frac{37}{25} = 1,48$.

Ví dụ 2 : Viết phân số $\frac{5}{12}$ dưới dạng số thập phân.

Ta có :

5,0	12
20	0,4166...
80	
80	
8	

Phép chia này không bao giờ chấm dứt. Nếu cứ tiếp tục chia thì trong thương, chữ số 6 sẽ được lặp đi lặp lại. Ta nói rằng khi chia 5 cho 12, ta được một số (số 0,4166...), đó là một *số thập phân vô hạn tuần hoàn*. Số 0,4166... được viết gọn là 0,41(6). Kí hiệu (6) chỉ rằng chữ số 6 được lặp lại vô hạn lần. Số 6 gọi là *chu kì* của số thập phân vô hạn tuần hoàn 0,41(6).

Tương tự : $\frac{1}{9} = 0,111... = 0,(1)$; 0,(1) là một số thập phân vô hạn tuần hoàn có chu kì là 1.

$-\dfrac{17}{11} - -1,5454... - -1,(54)$; $-1,(54)$ là số thập phân vô hạn tuần hoàn có chu kì là 54.

▶ ***Chú ý :*** Các số thập phân như 0,15 ; 1,48 nêu ở Ví du 1 còn được gọi là *số thập phân hữu hạn.*

2. Nhận xét

Người ta chứng minh được rằng :

Nếu một phân số *tối giản* với mẫu dương mà mẫu không có ước nguyên tố khác 2 và 5 thì phân số đó viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn

Nếu một phân số *tối giản* với mẫu dương mà mẫu có ước nguyên tố khác 2 và 5 thì phân số đó viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.

Ví dụ :

Phân số $\dfrac{6}{75}$ viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn vì : $\dfrac{6}{75} - \dfrac{2}{25}$, mẫu $25 - 5^2$ không có ước nguyên tố khác 2 và 5.

Ta có : $\dfrac{-6}{75} = \quad 0,08$.

Phân số $\dfrac{7}{30}$ viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn vì mẫu $30 = 2.3.5$ có ước nguyên tố 3 khác 2 và 5.

Ta có : $\dfrac{7}{30} = 0,2333 ... = 0,2(3)$.

 *Trong các phân số sau đây phân số nào viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn ?*

Viết dạng thập phân của các phân số đó.

$$\frac{1}{4}\ ;\quad \frac{-5}{6}\ ;\quad \frac{13}{50}\ ;\quad \frac{-17}{125}\ ;\quad \frac{11}{45}\ ;\quad \frac{7}{14}.$$

• Người ta đã chứng minh được rằng mỗi số thập phân vô hạn tuần hoàn đều là một số hữu tỉ.

Ví dụ : $0,(4) - 0,(1)\ .\ 4 - \dfrac{1}{9} \cdot 4 - \dfrac{4}{9}$.

Như vậy :

Mỗi số hữu tỉ được biểu diễn bởi một số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn. Ngược lại, mỗi số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn biểu diễn một số hữu tỉ.

Bài tập

65. Giải thích vì sao các phân số sau viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn rồi viết chúng dưới dạng đó :

$$\frac{3}{8}; \quad \frac{-7}{5}; \quad \frac{13}{20}; \quad \frac{-13}{125}.$$

66. Giải thích vì sao các phân số sau viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn rồi viết chúng dưới dạng đó :

$$\frac{1}{6}; \quad \frac{5}{11}; \quad \frac{4}{9}; \quad \frac{-7}{18}.$$

67. Cho $A = \dfrac{3}{2 . \square}$.

Hãy điền vào ô vuông một số nguyên tố có một chữ số để A viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn. Có thể điền mấy số như vậy ?

Luyện tập

68. a) Trong các phân số sau đây, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn ? Giải thích

$$\frac{5}{8}; \quad \frac{3}{20}; \quad \frac{4}{11}; \quad \frac{15}{22}; \quad \frac{7}{12}; \quad \frac{14}{35}.$$

b) Viết các phân số trên dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc số thập phân vô hạn tuần hoàn (viết gọn với chu kì trong dấu ngoặc).

69. Dùng dấu ngoặc để chỉ rõ chu kì trong thương (viết dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn) của các phép chia sau :

a) 8,5 : 3 ; b) 18,7 : 6 ;

c) 58 : 11 ; d) 14,2 : 3,33.

70. Viết các số thập phân hữu hạn sau đây dưới dạng phân số tối giản :

a) 0,32 ; b) – 0,124 ; c) 1,28 ; d) –3,12.

71. Viết các phân số $\frac{1}{99}$, $\frac{1}{999}$ dưới dạng số thập phân.

72. ***Đố :*** Các số sau đây có bằng nhau không ?

0,(31) ; 0,3(13)

§10. Làm tròn số

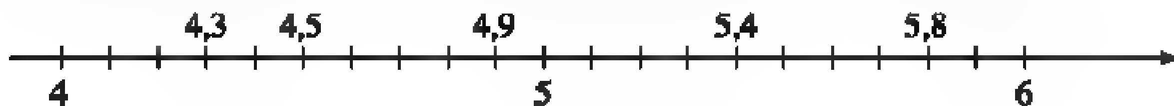
Làm tròn số như thế nào và để làm gì ?

Để dễ nhớ, dễ ước lượng, dễ tính toán với các số có nhiều chữ số (kể cả số thập phân vô hạn), người ta thường *làm tròn số.*

1. Ví dụ

Ví dụ 1 : Làm tròn các số thập phân 4,3 và 4,9 đến hàng đơn vị :

Trên hình 4, ta thấy hai số nguyên 4 và 5 cùng gần với số thập phân 4,3 nhưng 4 gần với 4,3 hơn là 5 nên ta viết 4,3 ≈ 4 (kí hiệu "≈" đọc là "gần bằng" hoặc "xấp xỉ"). 5 gần với 4,9 hơn là 4, nên ta viết 4,9 ≈ 5.



Hình 4

Để làm tròn một số thập phân đến hàng đơn vị, ta lấy số nguyên gần với số đó nhất.

?1 *Điền số thích hợp vào ô vuông sau khi đã làm tròn số đến hàng đơn vị :*

5,4 ≈ □ ; 5,8 ≈ □ ; 4,5 ≈ □.

Ví dụ 2 : Làm tròn số 72 900 đến hàng nghìn (nói gọn là làm tròn nghìn) .

Do 73 000 gần với 72 900 hơn là 72 000 nên ta viết

72 900 ≈ 73 000 (tròn nghìn).

Ví dụ 3 : Làm tròn số 0,8134 đến hàng phần nghìn (còn nói là làm tròn số 0,8134 đến chữ số thập phân thứ ba) :

Do 0,813 gần với 0,8134 hơn là 0,814 nên ta viết :

$$0{,}8134 \approx 0{,}813$$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).

2. Quy ước làm tròn số

Trường hợp 1 : Nếu chữ số đầu tiên trong các chữ số bị bỏ đi nhỏ hơn 5 thì ta giữ nguyên bộ phận còn lại. Trong trường hợp số nguyên thì ta thay các chữ số bị bỏ đi bằng các chữ số 0

Ví dụ : a) Làm tròn số 86,149 đến chữ số thập phân thứ nhất. Ta nhận thấy số 86,149 có chữ số thập phân thứ nhất là 1. Chữ số đầu tiên bị bỏ đi là 4 (nhỏ hơn 5) nên ta giữ nguyên bộ phận còn lại. Ta được $86{,}149 \approx 86{,}1$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

b) Làm tròn số 542 đến hàng chục : $542 \approx 540$ (tròn chục).

Trường hợp 2 : Nếu chữ số đầu tiên trong các chữ số bị bỏ đi lớn hơn hoặc bằng 5 thì ta cộng thêm 1 vào chữ số cuối cùng của bộ phận còn lại. Trong trường hợp số nguyên thì ta thay các chữ số bị bỏ đi bằng các chữ số 0.

Ví dụ : a) Làm tròn số 0,0861 đến chữ số thập phân thứ hai. Số 0,0861 có chữ số thập phân thứ hai là 8. Chữ số đầu tiên bị bỏ đi là 6 (lớn hơn 5) nên phải cộng thêm 1 vào 8, ta được $0{,}0861 \approx 0{,}09$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

b) Làm tròn số 1573 đến hàng trăm : $1573 \approx 1600$ (tròn trăm).

?2 *a) Làm tròn số 79,3826 đến chữ số thập phân thứ ba ;*

b) Làm tròn số 79,3826 đến chữ số thập phân thứ hai ;

c) Làm tròn số 79,3826 đến chữ số thập phân thứ nhất.

Bài tập

73. Làm tròn các số sau đến chữ số thập phân thứ hai :

7,923 ; 17,418 ; 79,1364 ; 50,401 ; 0,155 ; 60,996.

74. Hết học kì I, điểm Toán của bạn Cường như sau :

Hệ số 1 : 7 ; 8 ; 6 ; 10.

Hệ số 2 : 7 ; 6 ; 5 ; 9.

Hệ số 3 : 8.

Em hãy tính điểm trung bình môn Toán học kì I của bạn Cường (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

75. Trong thực tế, khi đếm hay đo các đại lượng, ta thường chỉ được các số gần đúng. Để có thể thu được kết quả có nhiều khả nang sát số đúng nhất, ta thường phải đếm hay đo nhiều lần rồi tính trung bình cộng của các số gần đúng tìm được.

Hãy tìm giá trị có nhiều khả năng sát số đúng nhất của số đo chiều dài lớp học của em sau khi đo năm lần chiều dài ấy.



76. Kết quả cuộc Tổng điều tra dân số ở nước ta tính đến 0 giờ ngày 1/4/1999 cho biết : Dân số nước ta là 76 324 753 người trong đó có 3695 cụ từ 100 tuổi trở lên.

Em hãy làm tròn các số 76 324 753 và 3695 đến hàng chục, hàng trăm, hàng nghìn.

77. Ta có thể áp dụng quy ước làm tròn số để ước lượng kết quả các phép tính. Nhờ đó có thể dễ dàng phát hiện ra những đáp số không hợp lí. Việc ước lượng này lại càng cần thiết khi sử dụng máy tính bỏ túi trong trường hợp xuất hiện những kết quả sai do ta bấm nhầm nút.

Chẳng hạn, để ước lượng kết quả của phép nhân 6439 . 384, ta làm như sau :

– Làm tròn số đến chữ số ở hàng cao nhất của mỗi thừa số :

$$6439 \approx 6000 ; \quad 384 \approx 400.$$

– Nhân hai số đã được làm tròn :

$$6000 \,.\, 400 = 2\,400\,000.$$

Như vậy, tích phải tìm sẽ là một số xấp xỉ 2 triệu.

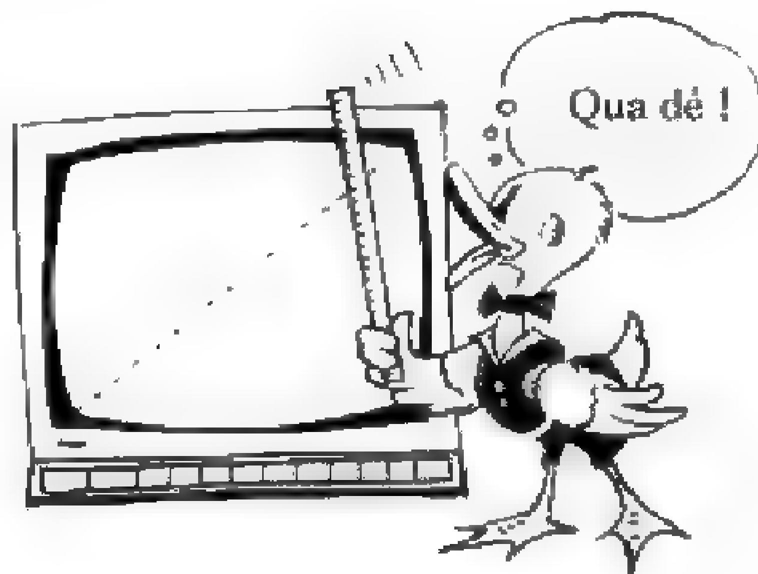
Ở đây, tích đúng là : $6439 \,.\, 384 = 2\,472\,576.$

Theo cách trên, hãy ước lượng kết quả các phép tính sau :

a) 495 . 52 ; b) 82,36 . 5,1 ; c) 6730 . 48.

Luyện tập

78. Khi nói đến ti vi loại 21 in-sơ, ta hiểu rằng đường chéo màn hình của chiếc ti vi này dài 21 in-sơ (in-sơ (inch) kí hiệu "in" là đơn vị đo chiều dài theo hệ thống Anh, Mĩ, 1in ≈ 2,54cm). Vậy đường chéo màn hình của chiếc ti vi này dài khoảng bao nhiêu xentimét ?



79. Tính chu vi và diện tích của một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài là 10,234m và chiều rộng là 4,7m (làm tròn đến hàng đơn vị).

80. Pao (pound) kí hiệu "*lb*" còn gọi là cân Anh, là đơn vị đo khối lượng của Anh, 1 *lb* ≈ 0,45kg. Hỏi 1 kg gần bằng bao nhiêu pao (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai) ?

81. Tính giá trị (làm tròn đến hàng đơn vị) của các biểu thức sau bằng hai cách :

Cách 1 : Làm tròn các số trước rồi mới thực hiện phép tính ;

Cách 2 : Thực hiện phép tính rồi làm tròn kết quả.

a) 14,61 – 7,15 + 3,2 ; b) 7,56 . 5,173 ;

c) 73,95 : 14,2 ; d) $\dfrac{21,73 \,.\, 0,815}{7,3}$.

Ví dụ : Tính giá trị (làm tròn đến hàng đơn vị) của biểu thức :

$$A = \frac{17,68 \,.\, 5,8}{8,9}.$$

Cách 1 : $A \approx \frac{18 \,.\, 6}{9} = 12.$

Cách 2 : $A = \frac{102,544}{8,9} \approx 11,521797 \approx 12.$



Có thể em chưa biết

Để đánh giá thể trạng (gầy, bình thường, béo) của một người, người ta dùng chỉ số BMI. Chỉ số BMI được tính như sau :

$$BMI = \frac{m}{h^2}$$

trong đó m là khối lượng cơ thể tính theo kilôgam, h là chiều cao tính theo mét.

(Chỉ số này được làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Gầy :

$BMI < 18,5.$

Bình thường :

$18,5 \le BMI \le 24,9.$

Béo phì độ I (nhẹ) :

$25 \le BMI \le 29,9$

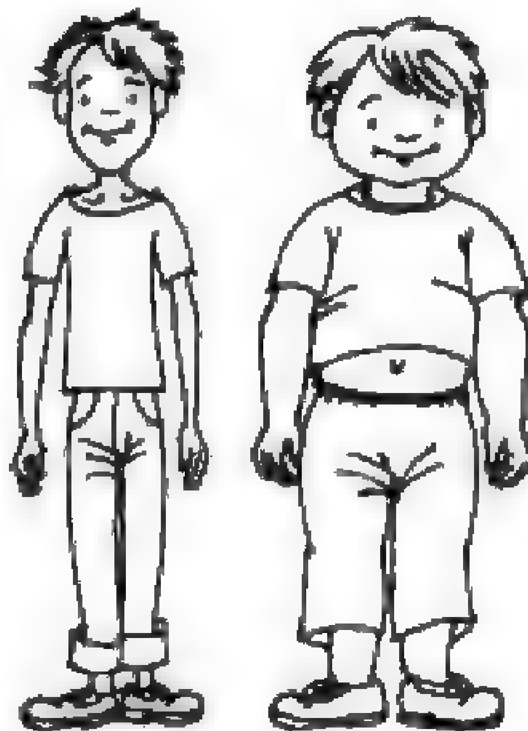
Béo phì độ II (trung bình) :

$30 \le BMI \le 40.$

Béo phì độ III (nặng) :

$BMI > 40.$

Ví dụ : Bạn An cân nặng 38kg và cao 1,45m thì chỉ số BMI của bạn An là $\frac{38}{(1,45)^2} \approx 18,1 < 18,5$. Vậy bạn An vào loại gầy. Em hãy tính chỉ số BMI rồi đánh giá thể trạng của mình.



BMI < 18,5 BMI > 30

§11. Số vô tỉ. Khái niệm về căn bậc hai

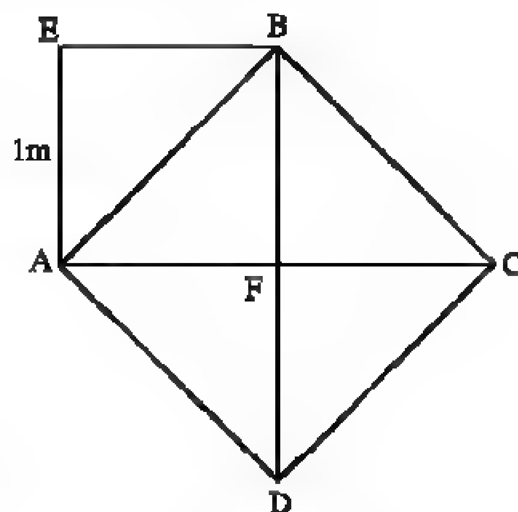
Có số hữu tỉ nào mà bình phương bằng 2 không ?

1. Số vô tỉ

Xét bài toán : Cho hình 5, trong đó hình vuông AEBF có cạnh bằng 1m, hình vuông ABCD có cạnh AB là một đường chéo của hình vuông AEBF.

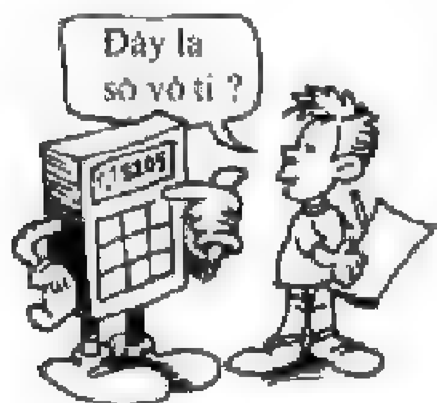
a) Tính diện tích hình vuông ABCD.

b) Tính độ dài đường chéo AB.



Hình 5

• Có thể thấy ngay diện tích hình vuông ABCD bằng hai lần diện tích hình vuông AEBF tức là bằng 2.1.1 = 2(m^2).



• Nếu gọi x(m) (x > 0) là độ dài cạnh AB của hình vuông ABCD thì ta có $x^2 = 2$. Người ta đã chứng minh được rằng không có số hữu tỉ nào mà bình phương bằng 2 và đã tính được

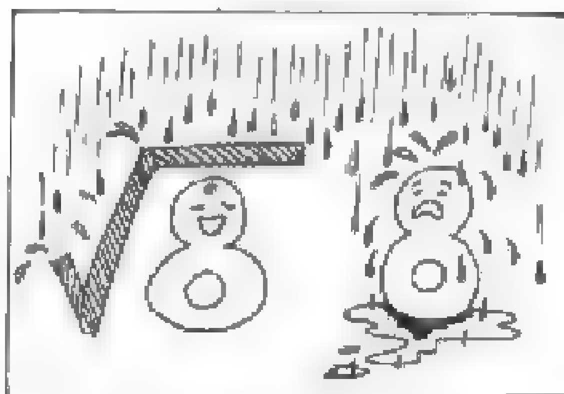
$$x = 1,4142135623730950488016887...$$

Số này là một số thập phân vô hạn mà ở phần thập phân của nó không có một chu kì nào cả. Đó là một *số thập phân vô hạn không tuần hoàn*. Ta gọi những số như vậy là *số vô tỉ*.

Số vô tỉ là số viết được dưới dạng số thập phân vô hạn không tuần hoàn.

Tập hợp các số vô tỉ được kí hiệu là **I**.

2. Khái niệm về căn bậc hai



Nhận xét : $3^2 = 9$; $(-3)^2 = 9$.

Ta nói 3 và –3 là các *căn bậc hai* của 9.
Ta có định nghĩa :

Căn bậc hai của một số a không âm là số x sao cho $x^2 = a$.

?1 *Tìm các căn bậc hai của* 16.

• Người ta chứng minh được rằng : Số dương a có đúng hai căn bậc hai, một số dương kí hiệu là $\sqrt{a}$ và một số âm kí hiệu là $\sqrt{a}$. Số 0 chỉ có một căn bậc hai là số 0, cũng viết $\sqrt{0} = 0$.

Ví dụ : Số dương 4 có hai căn bậc hai là $\sqrt{4} = 2$ và $\sqrt{4} =\ 2$

▶ ***Chú ý : Không được viết*** $\sqrt{4} = \pm 2$!

Số dương 2 có hai căn bậc hai là $\sqrt{2}$ và $-\sqrt{2}$. Như vậy, trong bài toán nêu ở mục 1, $x^2 = 2$ và $x > 0$ nên $x - \sqrt{2}$; $\sqrt{2}$ là độ dài đường chéo của hình vuông có cạnh bằng 1.

?2 *Viết các căn bậc hai của* 3 ; 10 ; 25.

• Có thể chứng minh rằng các số $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, ... là những số vô tỉ.

Bài tập

82. Theo mẫu : Vì $2^2 - 4$ nên $\sqrt{4} - 2$, hãy hoàn thành bài tập sau :

a) Vì 5^2 – ... nên $\sqrt{...} - 5$;

b) Vì 7 = 49 nên ... = 7 ;

c) Vì 1''' 1 nên $\sqrt{1}$ ... ;

d) Vì $\left(\dfrac{2}{3}\right)^2 = ...$ nên ... = ...

83. Ta có $\sqrt{25} - 5$; $-\sqrt{25} - -5$; $\sqrt{(-5)^2}$ $\sqrt{25} - 5$.

Theo mẫu trên, hãy tính .

a) $\sqrt{36}$; b) $-\sqrt{16}$; c) $\sqrt{\dfrac{9}{25}}$; d) $\sqrt{3^2}$; e) $\sqrt{(-3)^2}$

84. Nếu $\sqrt{x} - 2$ thì x^2 bằng :

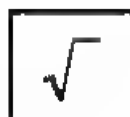
A) 2 ; B) 4 ; C) 8 ; D) 16.

Hãy chọn câu trả lời đúng

85. Điền số thích hợp vào ô trống :

x	4		0,25		$(-3)^2$		10^4		$\frac{9}{4}$	
$\sqrt{x}$		4		0,25		$(-3)^2$		10^4		$\frac{9}{4}$

86. Sử dụng máy tính bỏ túi.

Nút dấu căn bậc hai : 

Tính	Nút ấn	Kết quả
$\sqrt{5,7121}$	[5] [.] [7] [1] [2] [1] [√]	2,39
$\sqrt{108.48}$	[1] [0] [8] [×] [4] [8] [=] [√]	72
$\sqrt{\frac{6,3+8,2}{3,5}}$	[6] [.] [3] [+] [8] [.] [2] [=] [÷] [3] [.] [5] [=] [√]	2,0354009
$\frac{\sqrt{7,9}}{1,5}$	[7] [.] [9] [√] [:] [1] [.] [5] [ ]	1,8737959

Dùng máy tính bỏ túi để tính :

$$\sqrt{3783025}\ ;\quad \sqrt{1125.45}\ ;\quad \sqrt{\frac{0,3+1,2}{0,7}}\ ;\quad \frac{\sqrt{6,4}}{1,2}.$$



Có thể em chưa biết

• Ngay từ thời xa xưa, con người đã biết đến sự tồn tại của số vô tỉ (chẳng hạn như tỉ số giữa đường chéo hình vuông và cạnh của nó). Thuật ngữ "vô tỉ" do nhà bác học Đức Xti-phen (Stifel) đề xuất năm 1544. Từ "vô tỉ" theo chữ La-tinh là irrationalis có nghĩa là "không hợp lí ".

• Kí hiệu căn bậc hai được nhà toán học Đức Ru-đôn-phơ (Rudolff) dùng đầu tiên năm 1525 dưới dạng V (gần giống chữ cái La-tinh γ trong từ radix có nghĩa là "căn").

Đến năm 1637, nhà toán học Pháp Đề-các (Descartes) mới đưa thêm gạch ngang trên biểu thức lấy căn, chẳng hạn $\sqrt{a+b}$

§12. Số thực

Lại thêm một loại số mới chăng ?

1. Số thực

• *Số hữu tỉ và số vô tỉ được gọi chung là số thực.*

Ví dụ : 2 ; $\frac{3}{5}$; $-0{,}234$; $-3\frac{1}{7}$; $\sqrt{2}$; ... là các số thực.

Tập hợp các số thực được kí hiệu là **R**.

?1 *Cách viết* $x \in \mathbf{R}$ *cho ta biết điều gì ?*

• Với hai số thực x, y bất kì, ta luôn có hoặc $x = y$ hoặc $x < y$, hoặc $x > y$.

Vì tập hợp các số thực bao gồm các số hữu tỉ và các số vô tỉ nên có thể nói : Nếu a là số thực thì a biểu diễn được dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn. Khi đó, ta có thể so sánh hai số thực tương tự như so sánh hai số hữu tỉ viết dưới dạng số thập phân.

Ví dụ :

a) $0{,}3192... < 0{,}32(5)$

b) $1{,}24598... > 1{,}24596...$

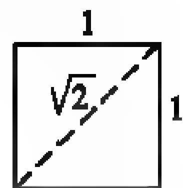
?2 *So sánh các số thực :*

a) $2{,}(35)$ *và* $2{,}369121518...$

b) $-0{,}(63)$ *và* $-\frac{7}{11}$.

• Với a, b là hai số thực dương, ta có : nếu $a > b$ thì $\sqrt{a} > \sqrt{b}$.

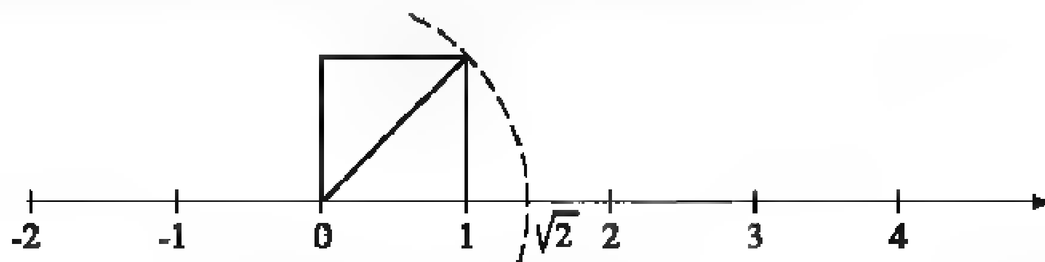
2. Trục số thực



Hình 6a

Trong bài toán được xét ở §11, $\sqrt{2}$ là độ dài đường chéo của hình vuông có cạnh bằng 1 (hình 6a).

Nhờ đó, ta có thể biểu diễn số $\sqrt{2}$ trên trục số như sau :



Hình 6b

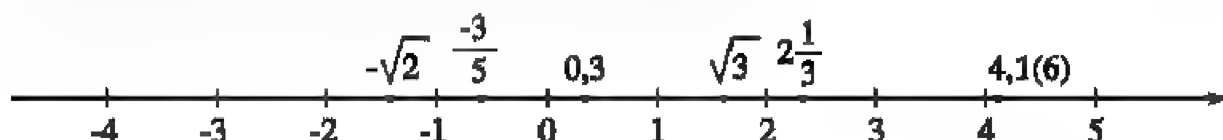
Nhưng $\sqrt{2}$ không phải là số hữu tỉ mà là số vô tỉ (§11). Điều đó chứng tỏ rằng không phải mỗi điểm trên trục số đều biểu diễn một số hữu tỉ, nghĩa là các điểm biểu diễn số hữu tỉ không lấp đầy trục số. Người ta chứng minh được rằng :

– Mỗi số thực được biểu diễn bởi một điểm trên trục số.

– Ngược lại, mỗi điểm trên trục số đều biểu diễn một số thực.

Như vậy, có thể nói rằng các điểm biểu diễn số thực đã lấp đầy trục số.

Vì thế, trục số còn được gọi là *trục số thực* (h.7).



Hình 7

► ***Chú ý :*** *Trong tập hợp các số thực cũng có các phép toán với các tính chất tương tự như các phép toán trong tập hợp các số hữu tỉ.*

Bài tập

87. Điền các dấu ($\in$, $\notin$, $\subset$) thích hợp vào ô vuông :

$$3 \square \mathbf{Q}\ ; \quad 3 \square \mathbf{R}\ ; \quad 3 \square \mathbf{I}\ ; \quad -2{,}53 \square \mathbf{Q}\ ;$$

$$0{,}2(35) \square \mathbf{I}\ ; \quad \mathbf{N} \square \mathbf{Z}\ ; \quad \mathbf{I} \square \mathbf{R}.$$

88. Điền vào chỗ trống (...) trong các phát biểu sau :

a) Nếu a là số thực thì a là số ... hoặc số ...

b) Nếu b là số vô tỉ thì b viết được dưới dạng ...

89. Trong các câu sau đây, câu nào đúng, câu nào sai ?

a) Nếu a là số nguyên thì a cũng là số thực ;

b) Chỉ có số 0 không là số hữu tỉ dương và cũng không là số hữu tỉ âm ;

c) Nếu a là số tự nhiên thì a không phải là số vô tỉ.

90. Thực hiện các phép tính :

a) $\left(\frac{9}{25} - 2.18\right) : \left(3\frac{4}{5} + 0,2\right)$;

b) $\frac{5}{18} - 1,456 : \frac{7}{25} + 4,5 \cdot \frac{4}{5}$.

Luyện tập

91. Điền chữ số thích hợp vào ô vuông :

a) $-3,02 < -3,\square 1$;

b) $-7,5\square 8 > -7,513$;

c) $0,4\square 854 < 0,49826$;

d) $1,\square 0765 < 1,892$.

92. Sắp xếp các số thực :

$$-3,2 ;\quad 1 ;\quad -\frac{1}{2} ;\quad 7,4 ;\quad 0 ;\quad -1,5$$

a) Theo thứ tự từ nhỏ đến lớn.

b) Theo thứ tự từ nhỏ đến lớn của các giá trị tuyệt đối của chúng.

93. Tìm x, biết :

a) $3,2 \,.\, x + (-1,2) \,.\, x + 2,7 = -4,9$;

b) $(-5,6) \,.\, x + 2,9 \,.\, x - 3,86 = -9,8$.

94. Hãy tìm các tập hợp :

a) $\mathbf{Q} \cap \mathbf{I}$;

b) $\mathbf{R} \cap \mathbf{I}$

95. Tính giá trị của các biểu thức :

$A = -5,13 : \left(5\frac{5}{28} - 1\frac{8}{9} \cdot 1,25 + 1\frac{16}{63}\right)$;

$B = \left(3\frac{1}{3} \cdot 1,9 + 19,5 : 4\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{62}{75} - \frac{4}{25}\right)$.

Ôn tập chương I

Câu hỏi ôn tập

1. Nêu ba cách viết của số hữu tỉ $\frac{-3}{5}$ và biểu diễn số hữu tỉ đó trên trục số.

2. Thế nào là số hữu tỉ dương ? Số hữu tỉ âm ?

Số hữu tỉ nào không là số hữu tỉ dương cũng không là số hữu tỉ âm ?

3. Giá trị tuyệt đối của số hữu tỉ x được xác định như thế nào ?

4. Định nghĩa luỹ thừa với số mũ tự nhiên của một số hữu tỉ.

5. Viết các công thức :

– Nhân hai luỹ thừa cùng cơ số.

– Chia hai luỹ thừa cùng cơ số khác 0.

– Luỹ thừa của một luỹ thừa.

– Luỹ thừa của một tích.

Luỹ thừa của một thương.

6. Thế nào là tỉ số của hai số hữu tỉ ? Cho ví dụ.

7. Tỉ lệ thức là gì ? Phát biểu tính chất cơ bản của tỉ lệ thức. Viết công thức thể hiện tính chất của dãy tỉ số bằng nhau.

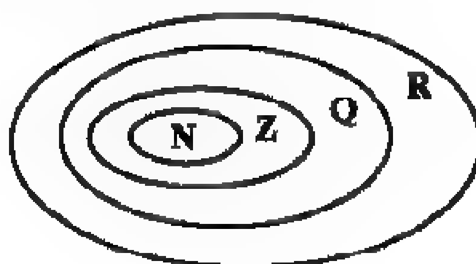
8. Thế nào là số vô tỉ ? Cho ví dụ.

9. Thế nào là số thực ? Trục số thực ?

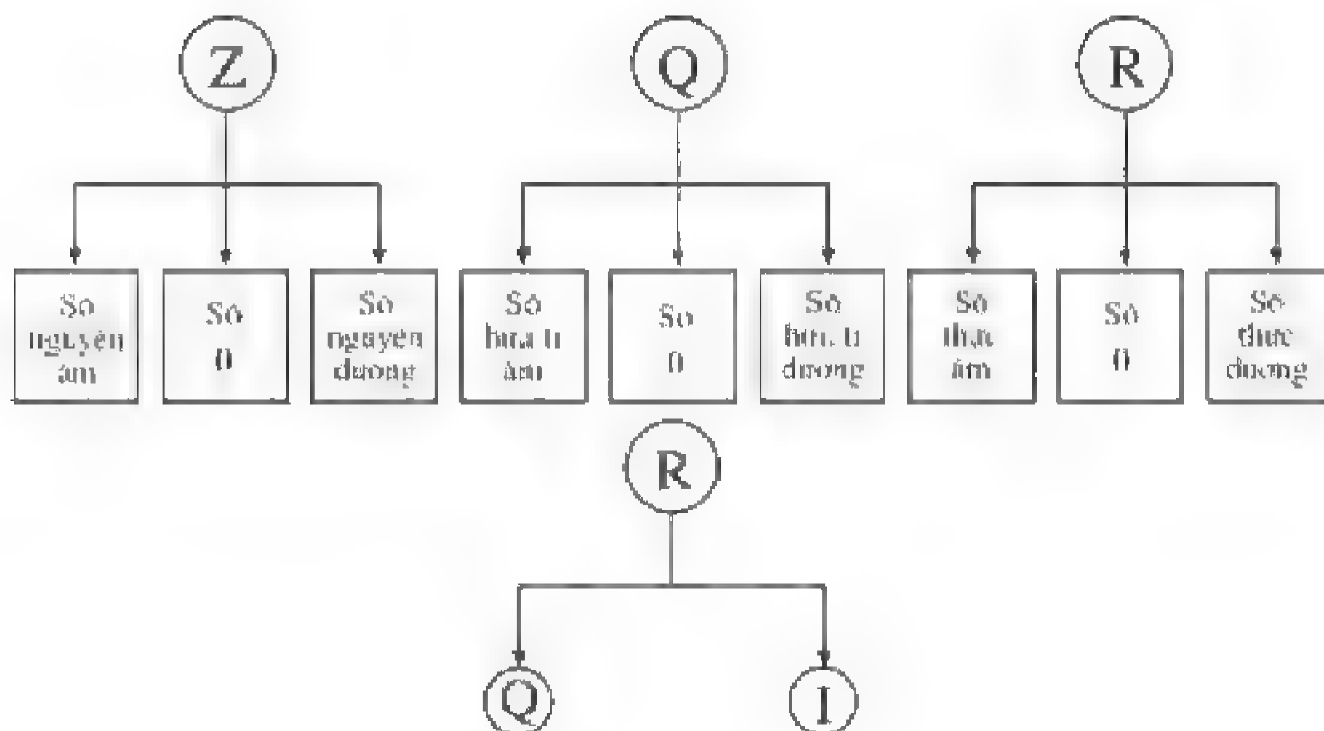
10. Định nghĩa căn bậc hai của một số không âm.

Một số bảng tổng kết

1. Quan hệ giữa các tập hợp N, Z, Q, R



Hình 8



2. Các phép toán trong Q

Với a, b, c, d, m ∈ **Z**, m > 0.

Phép cộng : $\frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{a+b}{m}$.

Phép trừ : $\frac{a}{m} - \frac{b}{m} = \frac{a-b}{m}$.

Phép nhân : $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ (b, d ≠ 0).

Phép chia : $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$ (b, c, d ≠ 0).

Phép luỹ thừa :

Với $x, y \in \mathbf{Q}, m, n \in \mathbf{N}$.

$x^m . x^n = x^{m+n}$.

$x^m : x^n = x^{m-n}$. $(x \neq 0, m \geq n)$

$(x^m)^n = x^{m.n}$.

$(x . y)^n = x^n . y^n$.

$\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$ $(y \neq 0)$

Bài tập

96. Thực hiện phép tính (bằng cách hợp lí nếu có thể) :

a) $1\frac{4}{23} + \frac{5}{21} - \frac{4}{23} + 0,5 + \frac{16}{21}$;

b) $\frac{3}{7} \cdot 19\frac{1}{3} - \frac{3}{7} \cdot 33\frac{1}{3}$;

c) $9 . \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \frac{1}{3}$;

d) $15\frac{1}{4} : \left(\frac{5}{7}\right) \quad 25\frac{1}{4} : \left(\frac{5}{7}\right)$.

97. Tính nhanh :

a) $(-6{,}37 \,.\, 0{,}4) \,.\, 2{,}5$;

b) $(-0{,}125) \,.\, (-5{,}3) \,.\, 8$;

c) $(-2{,}5) \,.\, (-4) \,.\, (-7{,}9)$;

d) $(-0{,}375) \,.\, 4\frac{1}{3} \,.\, (-2)^3$.

98. Tìm y, biết :

a) $-\frac{3}{5} \cdot y = \frac{21}{10}$;

b) $y \,.\, \frac{3}{8} = -1\frac{31}{33}$;

c) $1\frac{2}{5} \cdot y + \frac{3}{7} = -\frac{4}{5}$;

d) $-\frac{11}{12} \cdot y + 0{,}25 = \frac{5}{6}$.

99. Tính giá trị của các biểu thức sau :

$$P = \left(-0{,}5 - \frac{3}{5}\right) : (-3) + \frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{6}\right) : (-2) \;;$$

$$Q = \left(\frac{2}{25} - 1{,}008\right) : \frac{4}{7} : \left[\left(3\frac{1}{4} - 6\frac{5}{9}\right) \cdot 2\frac{2}{17}\right].$$

100. Mẹ bạn Minh gửi tiết kiệm 2 triệu đồng theo thể thức "có kì hạn 6 tháng" Hết thời hạn 6 tháng, mẹ bạn Minh được lĩnh cả vốn lẫn lãi là 2 062 400đ. Tính lãi suất hàng tháng của thể thức gửi tiết kiệm này.

101. Tìm x, biết :

a) $|x| = 2{,}5$;

b) $|x| = -1{,}2$;

c) $|x| + 0{,}573 = 2$;

d) $\left|x + \frac{1}{3}\right| - 4 = -1$.

102. Từ tỉ lệ thức $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (a, b, c, d $\neq 0$; $a \neq \pm b$; $c \neq \pm d$), hãy suy ra các tỉ lệ thức sau :

a) $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$; b) $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$; c) $\frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$;

d) $\frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c}$; e) $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$; f) $\frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$

103. Theo hợp đồng, hai tổ sản xuất chia lãi với nhau theo tỉ lệ 3 : 5. Hỏi mỗi tổ được chia bao nhiêu nếu tổng số lãi là 12 800 000 đồng ?

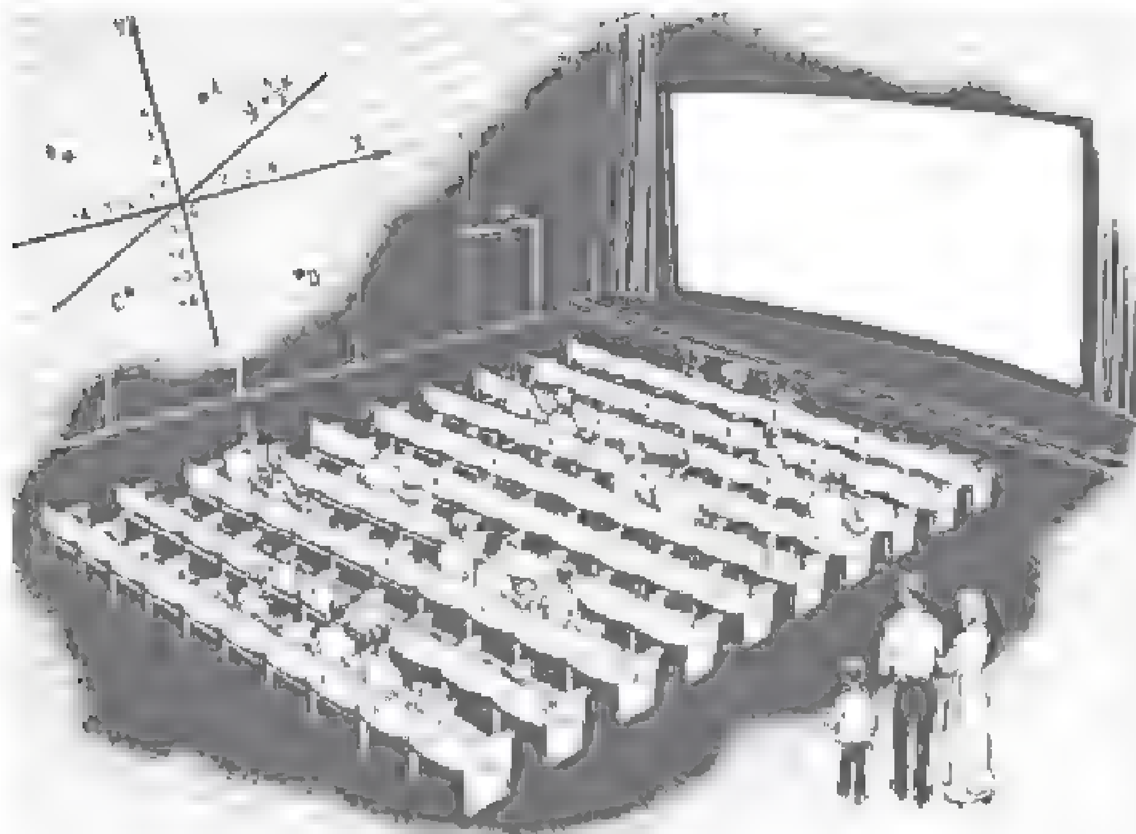
104. Một cửa hàng có ba tấm vải dài tổng cộng 108m. Sau khi bán đi $\frac{1}{2}$ tấm thứ nhất, $\frac{2}{3}$ tấm thứ hai và $\frac{3}{4}$ tấm thứ ba thì số mét vải còn lại ở ba tấm bằng nhau. Tính chiều dài mỗi tấm vải lúc đầu ?

105. Tính giá trị của các biểu thức sau :

a) $\sqrt{0,01} - \sqrt{0,25}$;

b) $0,5.\sqrt{100} - \sqrt{\frac{1}{4}}$.

Chương II HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ



§1. Đại lượng tỉ lệ thuận

Có cách nào để mô tả ngắn gọn hai đại lượng tỉ lệ thuận ?

1. Định nghĩa

Ta đã biết một số ví du về đại lượng tỉ lệ thuận như : chu vi và cạnh của hình vuông, quãng đường đi được và thời gian của một vật chuyển động đều, khối lượng và thể tích của thanh kim loại đồng chất

?1 *Hãy viết công thức tính :*

a) Quãng đường đi được s (km) *theo thời gian* t (h) *của một vật chuyển động đều với vận tốc* 15 km/h ;

b) Khối lượng m (kg) theo *thể tích* V (m^3) *của thanh kim loại đồng chất có khối lượng riêng* D (kg/m^3). *(Chú ý : D là một hằng số khác 0).*

Nhận xét : Các công thức trên đều có điểm giống nhau là : Đại lượng này bằng đại lượng kia nhân với một hằng số khác 0.

Ta có định nghĩa sau :

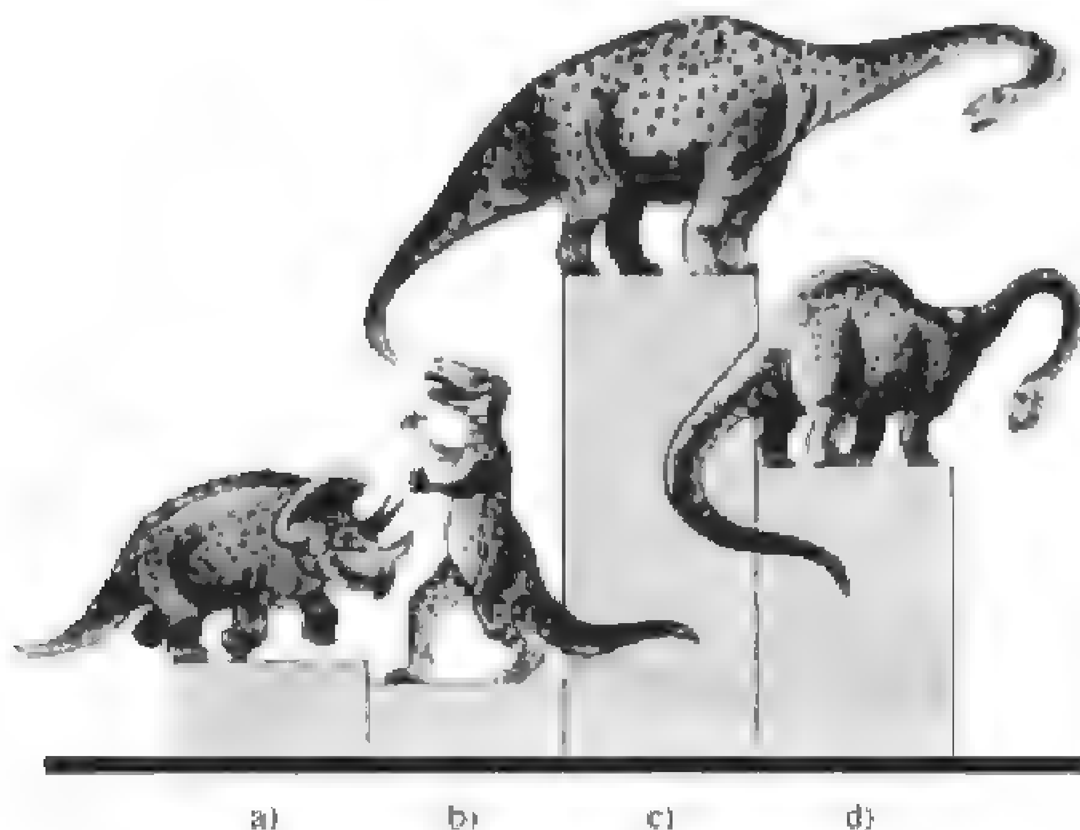
Nếu đại lượng y liên hệ với đại lượng x theo công thức : $y = kx$ *(với k là hằng số khác 0) thì ta nói y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k.*

?2 *Cho biết y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ* $k = \frac{3}{5}$. *Hỏi x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ nào ?*



Chú ý : *Khi đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x thì x cũng tỉ lệ thuận với y và ta nói hai đại lượng đó tỉ lệ thuận với nhau. Nếu y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ k (khác 0) thì x tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ* $\frac{1}{k}$.

?3 Hình 9 là một biểu đồ hình cột biểu diễn khối lượng của bốn con khủng long. *Mỗi con khủng long ở các cột* b, c, d, *nặng bao nhiêu tấn nếu biết rằng con khủng long ở cột* a *nặng* 10 *tấn và chiều cao các cột được cho trong bảng sau :*



Hình 9

Cột	a	b	c	d
Chiều cao (mm)	10	8	50	30

2. Tính chất

?4 *Cho biết hai đại lượng y và x tỉ lệ thuận với nhau :*

x	$x_1 = 3$	$x_2 = 4$	$x_3 = 5$	$x_4 = 6$
y	$y_1 = 6$	$y_2 = ?$	$y_3 = ?$	$y_4 = ?$

a) Hãy xác định hệ số tỉ lệ của y đối với x ;

b) Thay mỗi dấu "?" trong bảng trên bằng một số thích hợp ;

c) Có nhận xét gì về tỉ số giữa hai giá trị tương ứng

$$\frac{y_1}{x_1}, \frac{y_2}{x_2}, \frac{y_3}{x_3}, \frac{y_4}{x_4}$$

của y và x ?

Giả sử y và x tỉ lệ thuận với nhau : $y = kx$. Khi đó, với mỗi giá trị $x_1, x_2, x_3, \ldots$ khác 0 của x ta có một giá trị tương ứng $y_1 = kx_1$, $y_2 = kx_2$, $y_3 = kx_3$, ... của y, và do đó : $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \ldots = k$, $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$, $\frac{x_1}{x_3} = \frac{y_1}{y_3}$, ...

Như vậy :

> *Nếu hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau thì :*
> - *Tỉ số hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi.*
> - *Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia.*

Bài tập

1. Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ thuận với nhau và khi $x = 6$ thì $y = 4$.

a) Tìm hệ số tỉ lệ k của y đối với x ;

b) Hãy biểu diễn y theo x ;

c) Tính giá trị của y khi $x = 9$; $x = 15$.

2. Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ thuận. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau :

x	–3	–1	1	2	5
y				– 4	

3. Các giá trị tương ứng của V và m được cho trong bảng sau :

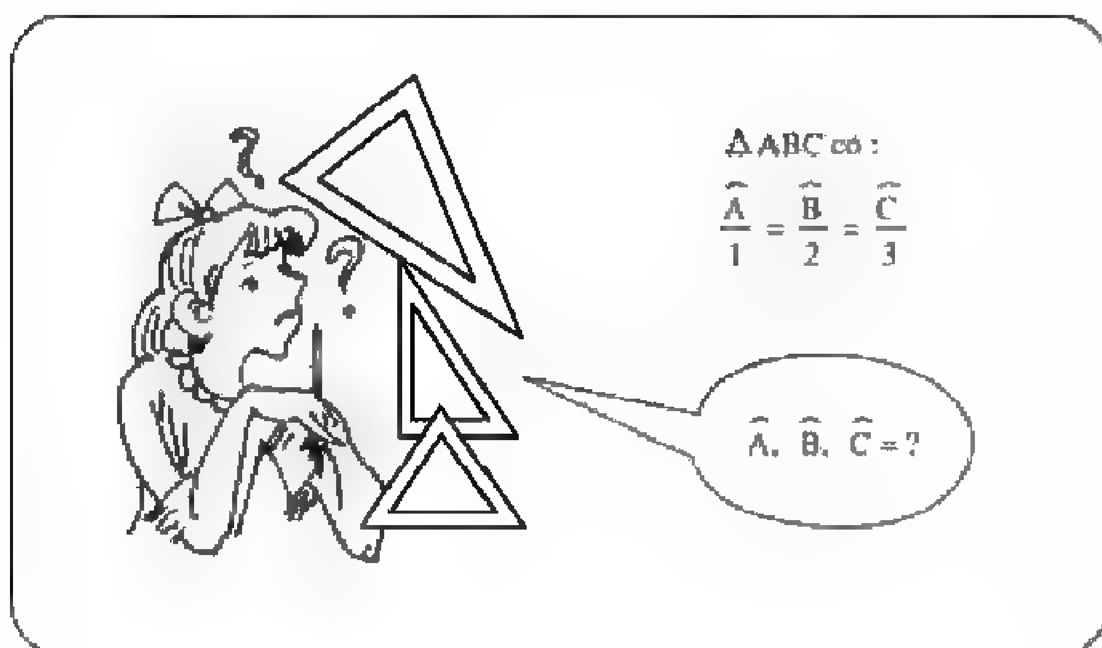
V	1	2	3	4	5
m	7,8	15,6	23,4	31,2	39
$\frac{m}{V}$					

a) Điền số thích hợp vào các ô trống trong bảng trên ;

b) Hai đại lượng m và V có tỉ lệ thuận với nhau hay không ? Vì sao ?

4. Cho biết z tỉ lệ thuận với y theo hệ số tỉ lệ k và y tỉ lệ thuận với x theo hệ số tỉ lệ h. Hãy chứng tỏ rằng z tỉ lệ thuận với x và tìm hệ số tỉ lệ.

§2. Một số bài toán về đại lượng tỉ lệ thuận



1. Bài toán 1

Hai thanh chì có thể tích là $12cm^3$ và $17cm^3$. Hỏi mỗi thanh nặng bao nhiêu gam, biết rằng thanh thứ hai nặng hơn thanh thứ nhất 56,5 g ?

Giải: Giả sử khối lượng của hai thanh chì tương ứng là m_1 gam và m_2 gam.

Do khối lượng và thể tích của vật thể là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau, nên $\frac{m_1}{12} = \frac{m_2}{17}$.

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

$$\frac{m_2}{17} = \frac{m_1}{12} = \frac{m_2 - m_1}{17 - 12} = \frac{56,5}{5} = 11,3.$$

Vậy : $m_2 = 17 \cdot 11,3 = 192,1$ và $m_1 = 12 \cdot 11,3 = 135,6$.

Trả lời : Hai thanh chì có khối lượng là 135,6g và 192,1g.

?1 *Hai thanh kim loại đồng chất có thể tích là* $10cm^3$ *và* $15cm^3$. *Hỏi mỗi thanh nặng bao nhiêu gam ? Biết rằng khối lượng của cả hai thanh là* 222,5g.

▶ ***Chú ý :***

Bài toán **?1** *còn được phát biểu đơn giản dưới dạng : Chia số* 222,5 *thành hai phần tỉ lệ với* 10 *và* 15.

2. Bài toán 2

Tam giác ABC có số đo các góc là $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ lần lượt tỉ lệ với 1 ; 2 ; 3. Tính số đo các góc của ΔABC.

?2 *Hãy vận dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau để giải bài toán* 2.

Bài tập

5. Hai đại lượng x và y có tỉ lệ thuận với nhau hay không, nếu :

a)

x	1	2	3	4	5
y	9	18	27	36	45

?

b)

x	1	2	5	6	9
y	12	24	60	72	90

?

6. Thay cho việc đo chiều dài các cuộn dây thép người ta thường cân chúng. Cho biết mỗi mét dây nặng 25 gam

a) Giả sử x mét dây nặng y gam. Hãy biểu diễn y theo x.

b) Cuộn dây dài bao nhiêu mét biết rằng nó nặng 4,5kg ?

Luyện tập



Hình 10

7. Hạnh và Vân định làm mứt dẻo từ 2,5kg dâu (h.10). Theo công thức, cứ 2kg dâu thì cần 3kg đường. Hạnh bảo cần 3,75kg đường, còn Vân bảo cần 3,25kg. Theo em, ai đúng và vì sao ?

8. Học sinh của ba lớp 7 cần phải trồng và chăm sóc 24 cây xanh. Lớp 7A có 32 học sinh, lớp 7B có 28 học sinh, lớp 7C có 36 học sinh. Hỏi mỗi lớp phải trồng và chăm sóc bao nhiêu cây xanh, biết rằng số cây xanh tỉ lệ với số học sinh ?



Hình 11

9. Đồng bạch là một loại hợp kim của niken, kẽm và đồng, khối lượng của chúng lần lượt tỉ lệ với 3 ; 4 và 13. Hỏi cần bao nhiêu kilôgam niken, kẽm và đồng để sản xuất 150kg đồng bạch ?

10. Biết các cạnh của một tam giác tỉ lệ với 2 ; 3 ; 4 và chu vi của nó là 45cm. Tính các cạnh của tam giác đó.

11. ***Đố :*** Đố em tính được trên một chiếc đồng hồ khi kim giờ quay được một vòng thì kim phút, kim giây quay được bao nhiêu vòng ?

§3. Đại lượng tỉ lệ nghịch

> Có thể mô tả hai đại lượng tỉ lệ nghịch bằng một công thức không ?

1. Định nghĩa

?1 *Hãy viết công thức tính :*

a) Cạnh y (cm) *theo cạnh* x (cm) *của hình chữ nhật có kích thước thay đổi nhưng luôn có diện tích bằng* $12cm^2$;

b) Lượng gạo y (kg) *trong mỗi bao theo* x *khi chia đều* 500kg *vào* x *bao ;*

c) Vận tốc v (km/h) *theo thời gian* t (h) *của một vật chuyển động đều trên quãng đường* 16 km.

Nhận xét : Các công thức trên đều có điểm giống nhau là : Đại lượng này bằng một hằng số chia cho đại lượng kia.

Ta có định nghĩa sau :

> *Nếu đại lượng* y *liên hệ với đại lượng* x *theo công thức* $y = \frac{a}{x}$ *hay* $xy = a$ (a *là một hằng số khác* 0) *thì ta nói* y *tỉ lệ nghịch với* x *theo hệ số tỉ lệ* a.

?2 *Cho biết* y *tỉ lệ nghịch với* x *theo hệ số tỉ lệ* 3,5. *Hỏi* x *tỉ lệ nghịch với* y *theo hệ số tỉ lệ nào ?*

▶ ***Chú ý :*** *Khi* y *tỉ lệ nghịch với* x *thì* x *cũng tỉ lệ nghịch với* y *và ta nói hai đại lượng đó tỉ lệ nghịch với nhau.*

2. Tính chất

?3 *Cho biết hai đại lượng* y *và* x *tỉ lệ nghịch với nhau :*

x	$x_1 = 2$	$x_2 = 3$	$x_3 = 4$	$x_4 = 5$
y	$y_1 = 30$	$y_2 = ?$	$y_3 = ?$	$y_4 = ?$

a) Tìm hệ số tỉ lệ ;

b) Thay mỗi dấu "?" trong bảng trên bằng một số thích hợp ;

c) Có nhận xét gì về tích hai giá trị tương ứng x_1y_1, x_2y_2, x_3y_3, x_4y_4 *của* x *và* y.

Giả sử y và x tỉ lệ nghịch với nhau : $y = \frac{a}{x}$. Khi đó, với mỗi giá trị : $x_1, x_2, x_3, \ldots$ khác 0 của x ta có một giá trị tương ứng $y_1 = \frac{a}{x_1}$, $y_2 = \frac{a}{x_2}$, $y_3 = \frac{a}{x_3}$,... của y, do đó : $x_1y_1 = x_2y_2 = x_3y_3 = \ldots = a$, $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}$; $\frac{x_1}{x_3} = \frac{y_3}{y_1}$, ...

Như vậy :

> *Nếu hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau thì :*
>
> • *Tích hai giá trị tương ứng của chúng luôn không đổi (bằng hệ số tỉ lệ).*
>
> • *Tỉ số hai giá trị bất kì của đại lượng này bằng nghịch đảo của tỉ số hai giá trị tương ứng của đại lượng kia.*

Bài tập

12. Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau và khi x – 8 thì y – 15.

a) Tìm hệ số tỉ lệ ;

b) Hãy biểu diễn y theo x ;

c) Tính giá trị của y khi x = 6 ; x = 10.

13. Cho biết x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau :

x	0,5	1,2			4	6
y			3	–2	1,5	

14. Cho biết 35 công nhân xây một ngôi nhà hết 168 ngày. Hỏi 28 công nhân xây ngôi nhà đó hết bao nhiêu ngày ? (Giả sử năng suất làm việc của mỗi công nhân là như nhau).

15. a) Cho biết đội A dùng x máy cày (có cùng năng suất) để cày xong một cánh đồng hết y giờ. Hai đại lượng x và y có tỉ lệ nghịch với nhau không ?

b) Cho biết x là số trang đã đọc xong và y là số trang còn lại chưa đọc của một quyển sách. Hỏi x và y có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không ?

c) Cho biết a (m) là chu vi của bánh xe, b là số vòng quay được của bánh xe trên đoạn đường xe lăn từ A đến B. Hỏi a và b có phải là hai đại lượng tỉ lệ nghịch không ?

§4. Một số bài toán về đại lượng tỉ lệ nghịch

1. Bài toán 1

Một ô tô đi từ A đến B hết 6 giờ. Hỏi ô tô đó đi từ A đến B hết bao nhiêu giờ nếu nó đi với vận tốc mới bằng 1,2 lần vận tốc cũ ?

Giải : Gọi vận tốc cũ và vận tốc mới của ô tô lần lượt là v_1 (km/h) và v_2 (km/h) ; thời gian tương ứng của ô tô đi từ A đến B lần lượt là t_1 (h) và t_2 (h).

Ta có : $v_2 = 1,2v_1$, $t_1 = 6$.

Do vận tốc và thời gian của một vật chuyển động đều trên cùng một quãng đường là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên ta có :

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{t_1}{t_2} \text{ mà } \frac{v_2}{v_1} = 1,2 \text{ ; } t_1 = 6 \text{ nên } 1,2 = \frac{6}{t_2}.$$

$$\text{Vậy : } t_2 = \frac{6}{1,2} = 5.$$

Trả lời : Nếu đi với vận tốc mới thì ô tô đó đi từ A đến B hết 5 giờ.

2. Bài toán 2

Bốn đội máy cày có 36 máy (có cùng năng suất) làm việc trên bốn cánh đồng có diện tích bằng nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội thứ hai trong 6 ngày, đội thứ ba trong 10 ngày và đội thứ tư trong 12 ngày. Hỏi mỗi đội có mấy máy ?

Giải : Gọi số máy của bốn đội lần lượt là x_1, x_2, x_3, x_4.

Ta có :

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 36$$

Vì số máy tỉ lệ nghịch với số ngày hoàn thành công việc nên ta có :

$$4x_1 = 6x_2 = 10x_3 = 12x_4.$$

Hay :

$$\frac{x_1}{\frac{1}{4}} = \frac{x_2}{\frac{1}{6}} = \frac{x_3}{\frac{1}{10}} = \frac{x_4}{\frac{1}{12}}$$

Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có :

$$\frac{x_1}{\frac{1}{4}} = \frac{x_2}{\frac{1}{6}} = \frac{x_3}{\frac{1}{10}} = \frac{x_4}{\frac{1}{12}} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12}} = \frac{36}{\frac{36}{60}} = 60.$$

Vậy : $x_1 = \frac{1}{4} \cdot 60 = 15$

$x_2 = \frac{1}{6} \cdot 60 = 10$

$x_3 = \frac{1}{10} \cdot 60 = 6$

$x_4 = \frac{1}{12} \cdot 60 = 5.$

Trả lời : Số máy của bốn đội lần lượt là 15, 10, 6, 5.



Cho ba đại lượng x, y, z. Hãy cho biết mối liên hệ giữa hai đại lượng x và z, biết rằng :

a) x và y tỉ lệ nghịch, y và z cũng tỉ lệ nghịch ;

b) x và y tỉ lệ nghịch, y và z tỉ lệ thuận.

Bài tập

16. Hai đại lượng x và y có tỉ lệ nghịch với nhau hay không, nếu :

a)

x	1	2	4	5	8
y	120	60	30	24	15

?

b)

x	2	3	4	5	6
y	30	20	15	12,5	10

?

17. Cho biết hai đại lượng x và y tỉ lệ nghịch với nhau. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau :

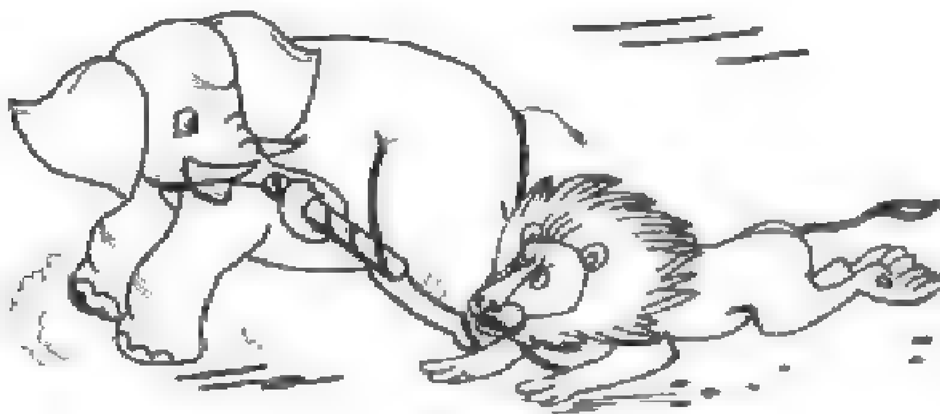
x	1				–8	10
y		8	–4	$2\frac{2}{3}$		1,6

18. Cho biết 3 người làm cỏ một cánh đồng hết 6 giờ. Hỏi 12 người (với cùng năng suất như thế) làm cỏ cánh đồng đó hết bao nhiêu thời gian ?

Luyện tập

19. Với cùng số tiền để mua 51 mét vải loại I có thể mua được bao nhiêu mét vải loại II, biết rằng giá tiền 1 mét vải loại II chỉ bằng 85% giá tiền 1 mét vải loại I ?

20. ***Đố vui :*** Trong một cuộc thi chạy tiếp sức 4 × 100m, đội thi gồm voi, sư tử, chó săn và ngựa chạy với vận tốc theo thứ tự tỉ lệ với 1 ; 1,5 ; 1,6 ; 2

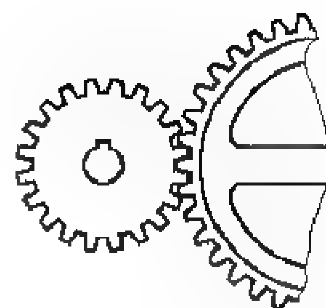


Hình 12

Hỏi đội đó có phá được "kỉ lục thế giới" là 39 giây không, biết rằng voi chạy hết 12 giây ?

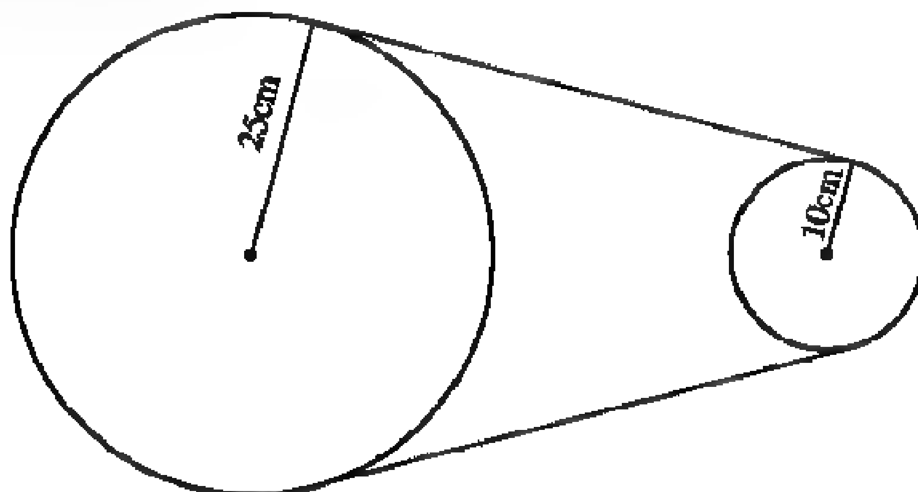
21. Ba đội máy san đất làm ba khối lượng công việc như nhau. Đội thứ nhất hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội thứ hai trong 6 ngày và đội thứ ba trong 8 ngày. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy (có cùng năng suất), biết rằng đội thứ nhất có nhiều hơn đội thứ hai 2 máy ?

22. Một bánh răng cưa có 20 răng quay một phút được 60 vòng. Nó khớp với một bánh răng cưa khác có x răng (h.13). Giả sử bánh răng cưa thứ hai quay một phút được y vòng. Hãy biểu diễn y qua x.



Hình 13

23. Hai bánh xe nối với nhau bởi một dây tời (h.14). Bánh xe lớn có bán kính 25cm, bánh xe nhỏ có bán kính 10cm. Một phút bánh xe lớn quay được 60 vòng. Hỏi một phút bánh xe nhỏ quay được bao nhiêu vòng ?



Hình 14

§5. Hàm số

Hàm số – mối liên quan giữa hai đại lượng biến thiên ?

1. Một số ví dụ về hàm số

Trong thực tiễn và trong toán học ta thường gặp các đại lượng thay đổi phụ thuộc vào sự thay đổi của các đại lượng khác.

Ví dụ 1 : Nhiệt độ T (^{o}C) tại các thời điểm t (giờ) trong cùng một ngày được cho trong bảng sau :

t (giờ)	0	4	8	12	16	20
T (^{o}C)	20	18	22	26	24	21

Ví dụ 2 : Khối lượng m (g) của một thanh kim loại đồng chất có khối lượng riêng là 7,8 g/cm^3 tỉ lệ thuận với thể tích V (cm^3) theo công thức : $m = 7{,}8V$

?1 *Tính các giá trị tương ứng của m khi* $V = 1 ; 2 ; 3 ; 4$.

Ví dụ 3 : Thời gian t (h) của một vật chuyển động đều trên quãng đường 50km tỉ lệ nghịch với vận tốc v (km/h) của nó theo công thức : $t = \dfrac{50}{v}$

?2 *Tính và lập bảng các giá trị tương ứng của* t *khi* $v = 5 ; 10 ; 25 ; 50$

Nhận xét : Trong ví dụ 1, ta thấy :

- Nhiệt độ T(^{o}C) phụ thuộc vào sự thay đổi của thời gian t (giờ).
- Với mỗi giá trị của t ta luôn xác định được chỉ một giá trị tương ứng của T.

Ta nói T là hàm số của t.

Tương tự, trong các ví dụ 2 và 3 ta nói m là hàm số của V, t là hàm số của v.

2. Khái niệm hàm số

Nếu đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng thay đổi x sao cho với mỗi giá trị của x ta luôn xác định được *chỉ một* giá trị tương ứng của y thì y *được gọi là hàm số của* x và x *gọi là biến số.*

▶ ***Chú ý :*** • *Khi* x *thay đổi mà* y *luôn nhận một giá trị thì* y *được gọi là hàm hằng.*

• *Hàm số có thể được cho bằng bảng (như trong ví dụ 1), bằng công thức (như trong các ví dụ 2 và 3)...*

• *Khi* y *là hàm số của* x *ta có thể viết* $y = f(x)$, $y = g(x)$... *Chẳng hạn, với hàm số được cho bởi công thức* $y = 2x + 3$, *ta còn có thể viết* $y = f(x) = 2x + 3$ *và khi đó, thay cho câu "khi* x *bằng* 3 *thì giá trị tương ứng của* y *là* 9*" (hoặc câu "khi* x *bằng* 3 *thì* y *bằng* 9*") ta viết* $f(3) = 9$

Bài tập

24. Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y được cho trong bảng sau :

x	–4	–3	–2	–1	1	2	3	4
y	16	9	4	1	1	4	9	16

Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không ?

25. Cho hàm số $y = f(x) = 3x^2 + 1$. Tính : $f\left(\frac{1}{2}\right)$; $f(1)$; $f(3)$.

26. Cho hàm số $y = 5x - 1$. Lập bảng các giá trị tương ứng của y khi

$$x = -5 ; -4 ; -3 ; -2 ; 0 ; \frac{1}{5}.$$

Luyện tập

27. Đại lượng y có phải là hàm số của đại lượng x không, nếu bảng các giá trị tương ứng của chúng là :

a)

x	−3	−2	−1	$\frac{1}{2}$	1	2
y	−5	−7,5	−15	30	15	7,5

?

b)

x	0	1	2	3	4
y	2	2	2	2	2

?

28. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{12}{x}$.

a) Tính $f(5)$; $f(-3)$.

b) Hãy điền các giá trị tương ứng của hàm số vào bảng sau :

x	−6	−4	−3	2	5	6	12
$f(x) = \frac{12}{x}$							

29. Cho hàm số $y = f(x) = x^2 - 2$. Hãy tính : $f(2)$; $f(1)$; $f(0)$; $f(-1)$; $f(-2)$.

30. Cho hàm số $y = f(x) = 1 - 8x$. Khẳng định nào sau đây là đúng :

a) $f(-1) = 9$? b) $f\left(\frac{1}{2}\right) = -3$? c) $f(3) = 25$?

31. Cho hàm số $y = \frac{2}{3}x$. Điền số thích hợp vào ô trống trong bảng sau :

x	– 0,5			4,5	9
y		2	0		

§6. Mặt phẳng toạ độ

> Làm thế nào để xác định được vị trí của một điểm trên mặt phẳng ?

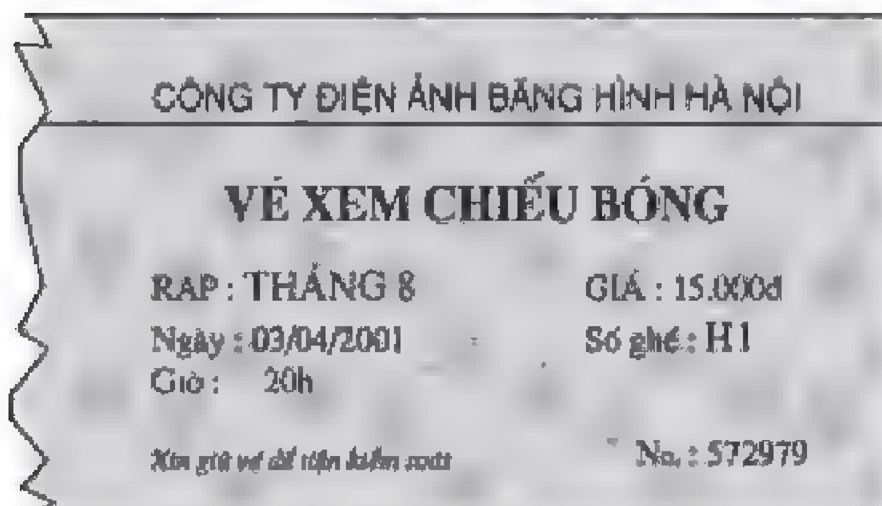
1. Đặt vấn đề

Ví dụ 1 : Ở lớp 6 ta đã biết rằng, mỗi địa điểm trên bản đồ địa lí được xác định bởi một cặp gồm hai số (toạ độ địa lí) là kinh độ và vĩ độ. Chẳng hạn :

Toạ độ địa lí của mũi Cà Mau là : $\begin{cases} 104^o40'Đ \\ 8^o30'B \end{cases}$

Ví dụ 2 : Quan sát chiếc vé xem phim ở hình 15

Trên đó có dòng chữ "Số ghế : H1". Chữ in hoa H chỉ số thứ tự của dãy ghế, số 1 bên cạnh chỉ số thứ tự của ghế trong dãy. Cặp gồm một chữ và một số như vậy xác định vị trí chỗ ngồi trong rạp của người có tấm vé này

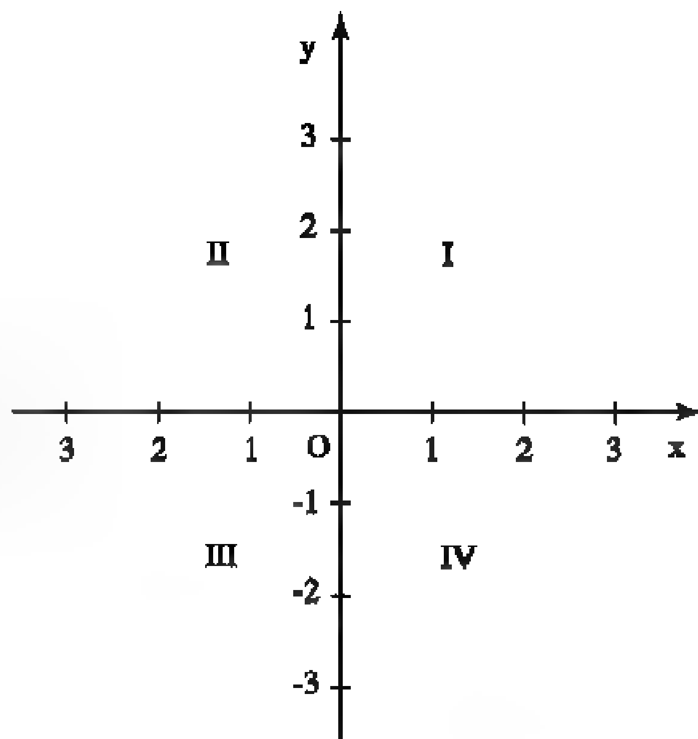


Hình 15

Trong toán học, để xác định vị trí của một điểm trên mặt phẳng người ta thường dùng một cặp gồm hai số.

Làm thế nào để có cặp số đó ?

2. Mặt phẳng toạ độ



Hình 16

Trên mặt phẳng, ta vẽ hai trục số Ox, Oy vuông góc với nhau và cắt nhau tại gốc của mỗi trục số như hình 16. Khi đó ta có hệ trục toạ độ Oxy

Các trục Ox và Oy gọi là *các trục toạ độ*. Ox gọi là *trục hoành*, Oy gọi là *trục tung*. Người ta thường vẽ Ox nằm ngang, Oy thẳng đứng.

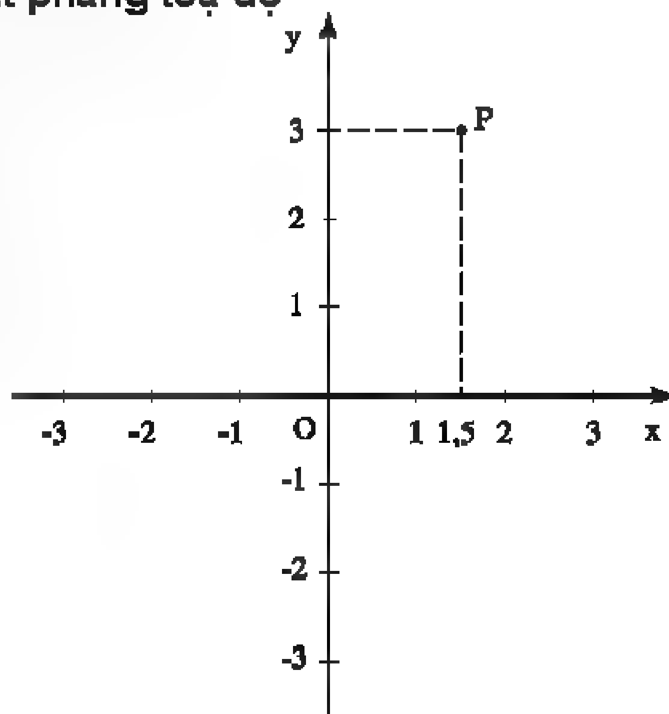
Giao điểm O biểu diễn số 0 của cả hai trục gọi là *gốc toạ độ*.

Mặt phẳng có hệ trục toạ độ Oxy gọi là *mặt phẳng toạ độ Oxy*.

Hai trục toạ độ chia mặt phẳng thành bốn góc . Góc phần tư thứ I, II, III, IV theo thứ tư ngược chiều quay của kim đồng hồ.

▶ ***Chú ý :*** *Các đơn vị dài trên hai trục toạ độ được chọn bằng nhau (nếu không nói gì thêm).*

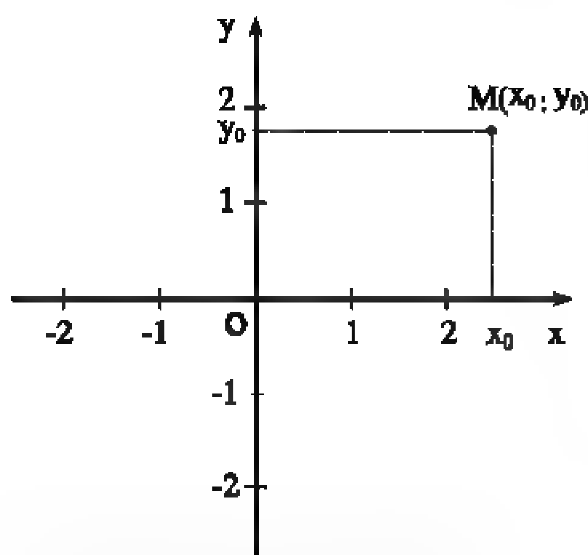
3. Toạ độ của một điểm trong mặt phẳng toạ độ



Hình 17

Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho một điểm P bất kì. Từ P vẽ các đường vuông góc với các trục toạ độ. Giả sử, các đường vuông góc này cắt trục hoành tại điểm 1,5 và trục tung tại điểm 3 (h.17). Khi đó cặp số (1,5 ; 3) gọi là *toạ độ của điểm* P và kí hiệu P (1,5 ; 3). Số 1,5 gọi là *hoành độ* và số 3 gọi là *tung độ* của điểm P.

?1 *Vẽ một hệ trục toạ độ* Oxy *(trên giấy kẻ ô vuông) và đánh dấu vị trí của các điểm* P, Q *lần lượt có toạ độ là* (2 ; 3) ; (3 ; 2)





Hình 18

Trên mặt phẳng toạ độ (h.18) .

- Mỗi điểm M xác định một cặp số $(x_0; y_0)$. Ngược lại, mỗi cặp số $(x_0; y_0)$ xác định một điểm M.
- Cặp số $(x_0; y_0)$ gọi là toạ độ của điểm M, x_0 là hoành độ và y_0 là tung độ của điểm M.
- Điểm M có toạ độ $(x_0; y_0)$ được kí hiệu là $M(x_0; y_0)$.

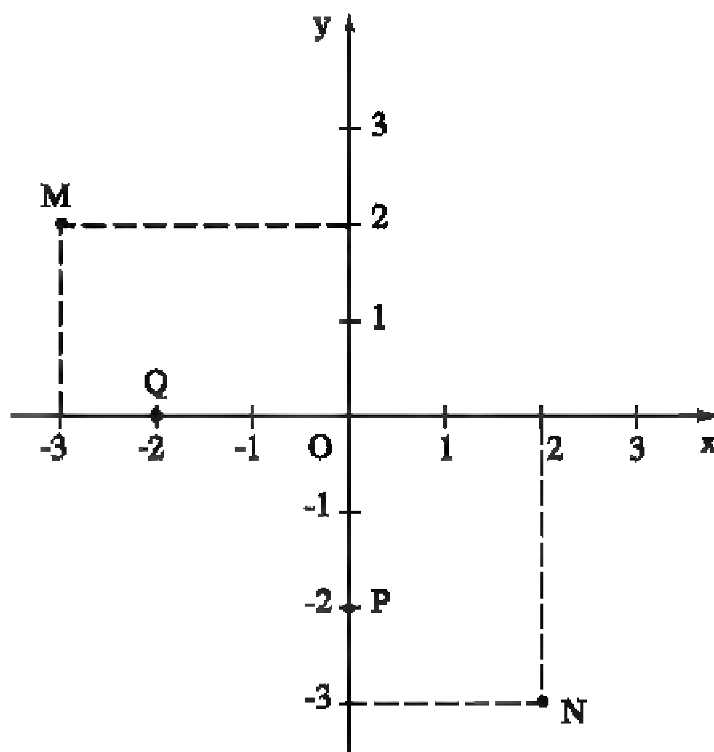
?2 *Viết toạ độ của gốc O*

Bài tập

32. a) Viết toạ độ các điểm M, N, P, Q trong hình 19.

b) Em có nhận xét gì về toạ độ của các cặp điểm M và N, P và Q ?

33. Vẽ một hệ trục toạ độ Oxy và đánh dấu các điểm $A\left(3; -\frac{1}{2}\right)$; $B\left(-4; \frac{2}{4}\right)$, $C(0; 2,5)$.



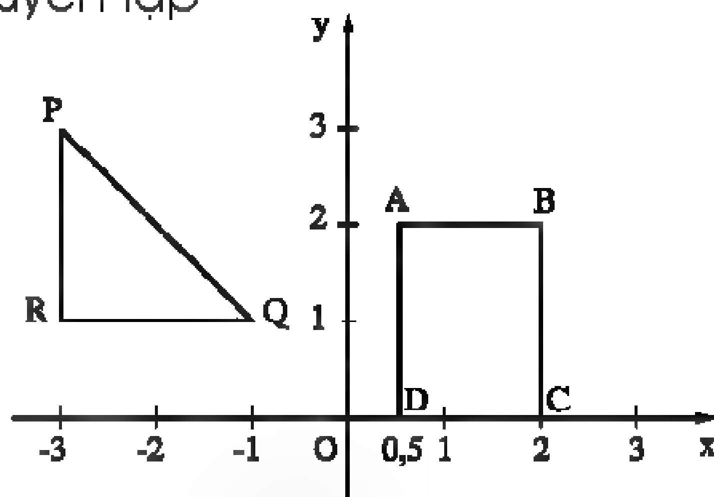
Hình 19

Luyện tập

34. a) Một điểm bất kì trên trục hoành có tung độ bằng bao nhiêu ?

b) Một điểm bất kì trên trục tung có hoành độ bằng bao nhiêu ?

35. Tìm toạ độ các đỉnh của hình chữ nhật ABCD và của hình tam giác PQR trong hình 20.



Hình 20

36. Vẽ một hệ trục toạ độ Oxy và đánh dấu các điểm A (– 4 ; –1) ; B (–2 ; –1) ; C (–2 ; –3) ; D (–4 ; –3). Tứ giác ABCD là hình gì ?

37. Hàm số y được cho trong bảng sau :

x	0	1	2	3	4
y	0	2	4	6	8

a) Viết tất cả các cặp giá trị tương ứng (x ; y) của hàm số trên.

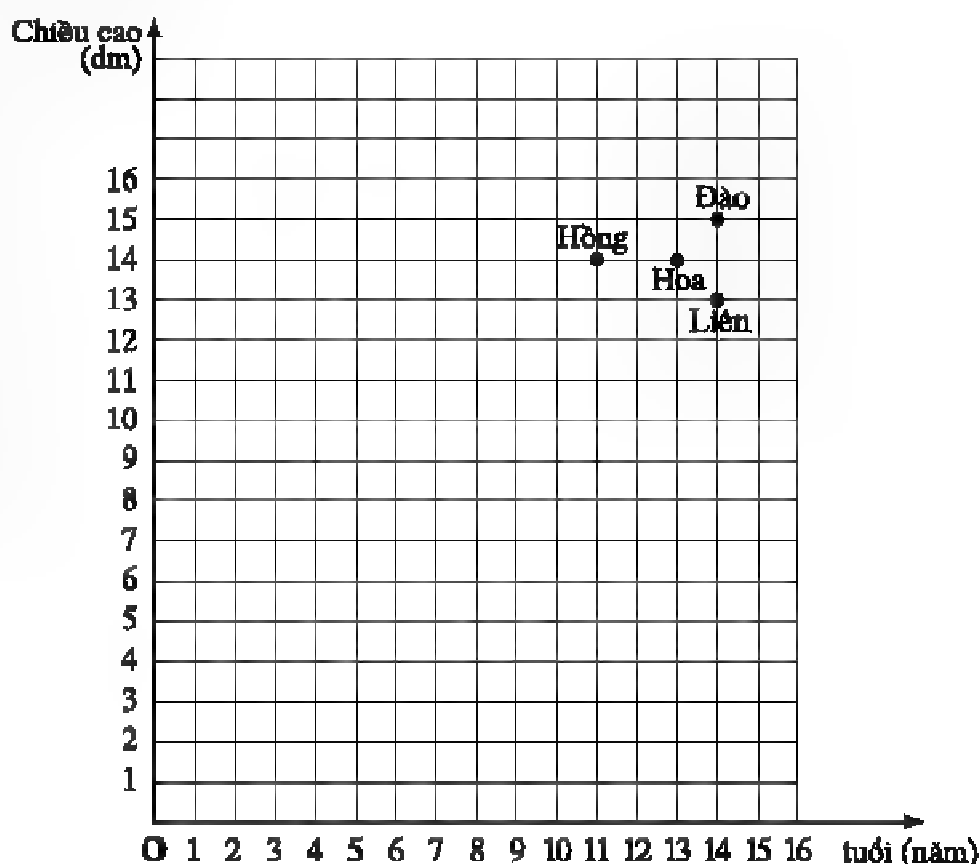
b) Vẽ một hệ trục toạ độ Oxy và xác định các điểm biểu diễn các cặp giá trị tương ứng của x và y ở câu a.

38. Chiều cao và tuổi của bốn bạn Hồng, Hoa, Đào, Liên được biểu diễn trên mặt phẳng toạ độ (h.21). Hãy cho biết :

a) Ai là người cao nhất và cao bao nhiêu ?

b) Ai là người ít tuổi nhất và bao nhiêu tuổi ?

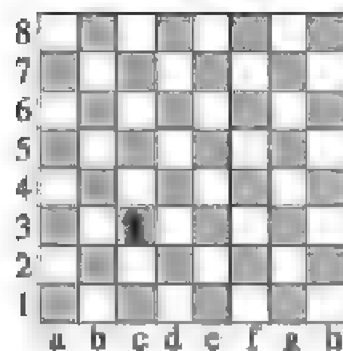
c) Hồng và Liên ai cao hơn và ai nhiều tuổi hơn ?



Hình 21



Có thể em chưa biết



Hình 22

Bàn cờ vua có 8 cột (a, b, c, d, e, f, g, h) và 8 hàng (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8) (h.22). Mỗi ô trên bàn cờ vua ứng với một cặp gồm một chữ và một số. Chẳng hạn, ô ở góc trên cùng bên phải ứng với cặp (h ; 8) mà trên thực tế thường được kí hiệu là ô h8 ; ô ở góc dưới cùng bên trái là ô a1 ; ô của quân mã đang đứng là c3

Như vậy, khi nói một quân cờ đang đứng ở vị trí, chẳng hạn e4 thì biết ngay nó đang ở cột e và hàng 4.

§7. Đồ thị của hàm số y = ax (a ≠ 0)

Nhờ có mặt phẳng toạ độ ta có thể biểu diễn trực quan mối quan hệ phụ thuộc giữa hai đại lượng

1. Đồ thị của hàm số là gì ?

?1 *Hàm số y = f(x) được cho bằng bảng sau :*

x	– 2	– 1	0	0,5	1,5
y	3	2	– 1	1	– 2

a) Viết tập hợp {(x ; y)} các cặp giá trị tương ứng của x và y xác định hàm số trên ;

b) Vẽ một hệ trục toạ độ Oxy và đánh dấu các điểm có toạ độ là các cặp số trên.

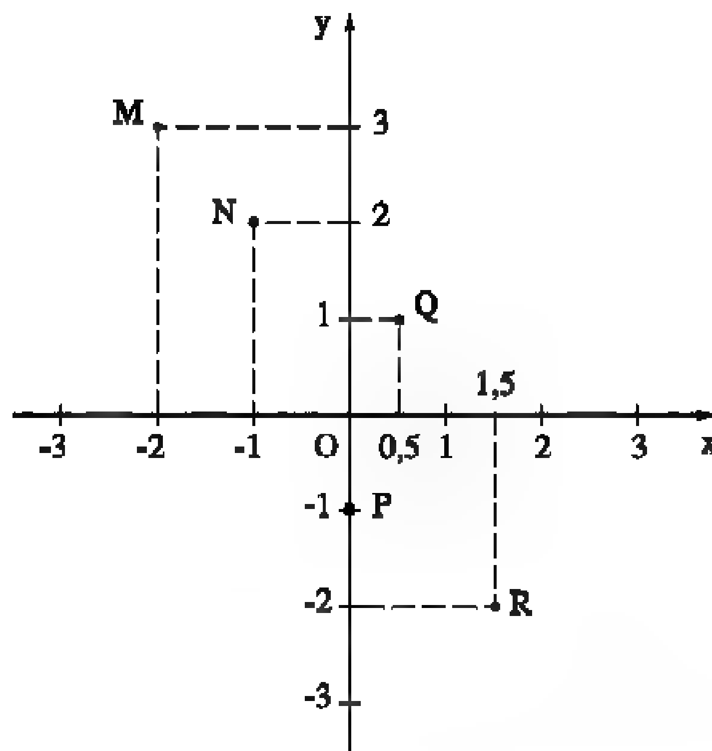
• Tập hợp các điểm biểu diễn các cặp số như thế gọi là đồ thị của hàm số y = f(x). Như vậy :

> *Đồ thị của hàm số y = f(x) là tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các cặp giá trị tương ứng (x ; y) trên mặt phẳng toạ độ.*

Ví dụ 1 : Vẽ đồ thị của hàm số đã cho trong **?1** .

Giải : Trước hết, ta vẽ hệ trục toạ độ Oxy.

Đồ thị của hàm số y = f(x) đã cho gồm năm điểm M, N, P, Q, R như trong hình 23.



Hình 23

2. Đồ thị của hàm số y = ax (a ≠ 0)

Xét hàm số y = 2x. Vì biến số x có thể nhận vô số giá trị nên ta không thể liệt kê hết được các cặp số (x ; y). Ta thử vẽ một số điểm thuộc đồ thị của nó và qua đó xét xem đồ thị có hình dạng như thế nào.

?2 *Cho hàm số* y = 2x.

a) Viết năm cặp số (x ; y) *với* x = – 2 ; – 1 ; 0 ; 1 ; 2 ;

b) Biểu diễn các cặp số đó trên mặt phẳng toạ độ Oxy ;

c) Vẽ đường thẳng qua hai điểm (– 2 ; – 4) ; (2 ; 4). *Kiểm tra bằng thước thẳng xem các điểm còn lại có nằm trên đường thẳng đó hay không ?*

Người ta đã chứng minh được rằng :

Đồ thị của hàm số y = ax (a ≠ 0) *là một đường thẳng đi qua gốc toạ độ.*

?3 *Từ khẳng định trên, để vẽ đồ thị của hàm số* y = ax (a ≠ 0) *ta cần biết mấy điểm thuộc đồ thị ?*

?4 *Xét hàm số* y = 0,5x.

a) Hãy tìm một điểm A *khác điểm gốc* O *thuộc đồ thị của hàm số trên.*

b) Đường thẳng OA *có phải là đồ thị của hàm số* y = 0,5x *hay không ?*

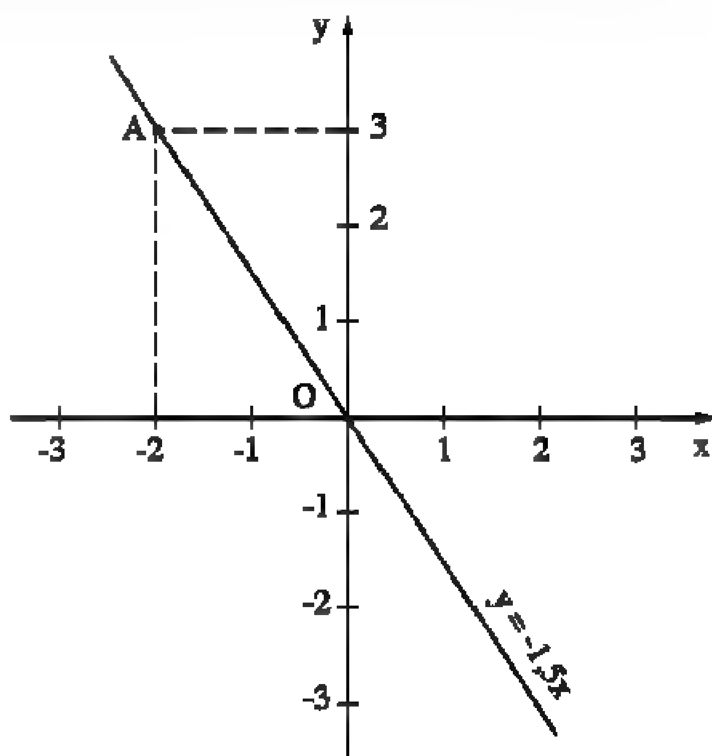
Nhận xét : Vì đồ thị của hàm số $y = ax$ là một đường thẳng đi qua gốc toạ độ nên khi vẽ ta chỉ cần xác định thêm một điểm thuộc đồ thị và khác điểm gốc O. Muốn vậy, ta cho x một giá trị khác 0 và tìm giá trị tương ứng của y. Cặp giá trị đó là toạ độ của điểm thứ hai.

Ví dụ 2 : Vẽ đồ thị của hàm số : $y = -1,5x$.

Giải :

Vẽ hệ trục toạ độ Oxy (h.24).

Với $x = -2$ ta được $y = 3$, điểm $A(-2 ; 3)$ thuộc đồ thị của hàm số $y = -1,5x$. Vậy đường thẳng OA là đồ thị của hàm số đã cho.



Hình 24

Bài tập

39. Vẽ trên cùng một hệ trục toạ độ Oxy đồ thị của các hàm số :

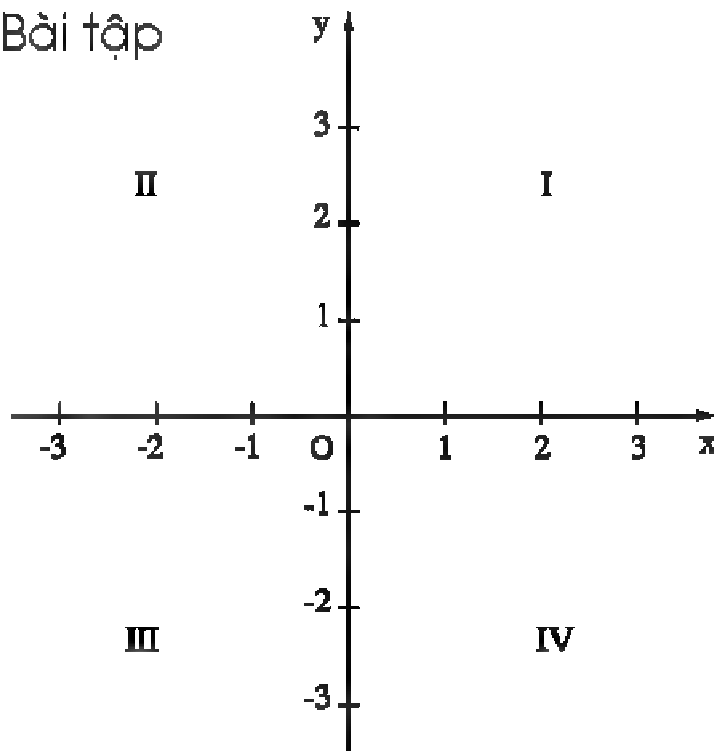
a) $y = x$; b) $y = 3x$;

c) $y = -2x$; d) $y = -x$.

40. Đồ thị của hàm số $y = ax$ nằm ở những góc phần tư nào của mặt phẳng toạ độ Oxy (h.25), nếu :

a) $a > 0$?

b) $a < 0$?



Hình 25

41. Những điểm nào sau đây thuộc đồ thị của hàm số $y = -3x$:

$$A\left(-\frac{1}{3}\,;1\right)\ ;\quad B\left(-\frac{1}{3}\,;-1\right)\ ;\quad C(0\,;0)$$

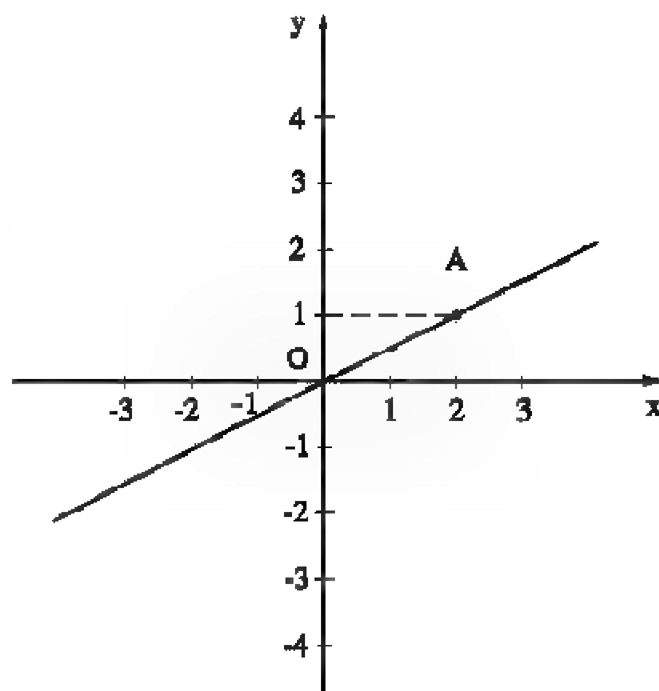
Luyện tập

42. Đường thẳng OA trong hình 26 là đồ thị của hàm số $y = ax$

a) Hãy xác định hệ số a ;

b) Đánh dấu điểm trên đồ thị có hoành độ bằng $\frac{1}{2}$;

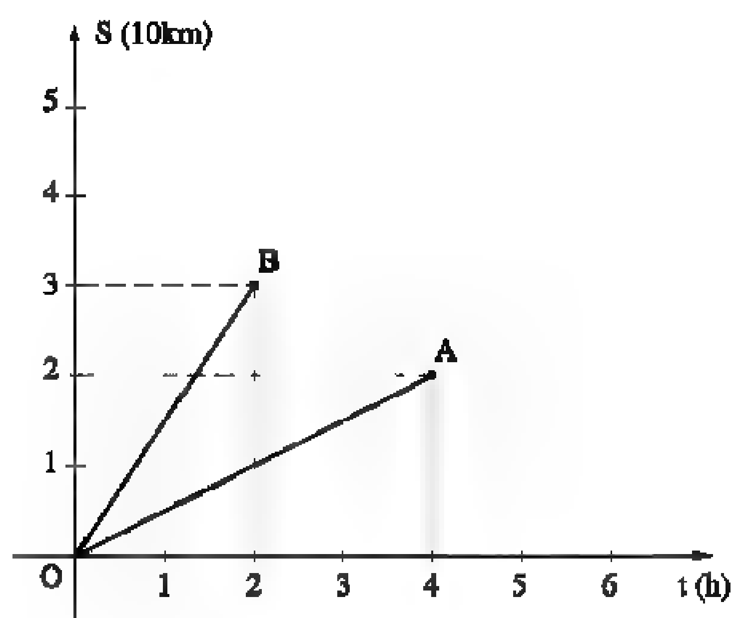
c) Đánh dấu điểm trên đồ thị có tung độ bằng -1.



Hình 26

43. Trong hình 27 : Đoạn thẳng OA là đồ thị biểu diễn chuyển động của người đi bộ và đoạn thẳng OB là đồ thị biểu diễn chuyển động của người đi xe đạp. Mỗi đơn vị trên trục Ot biểu thị một giờ, mỗi đơn vị trên trục OS biểu thị mười kilômét. Qua đồ thị, em hãy cho biết :

a) Thời gian chuyển động của người đi bộ, của người đi xe đạp.



Hình 27

b) Quãng đường đi được của người đi bộ, của người đi xe đạp.

c) Vận tốc (km/h) của người đi bộ, của người đi xe đạp

44. Vẽ đồ thị của hàm số $y = f(x) = -0,5x$. Bằng đồ thị hãy tìm :

a) $f(2)$; $f(-2)$; $f(4)$; $f(0)$;

b) Giá trị của x khi $y = -1$; $y = 0$; $y = 2,5$;

c) Các giá trị của x khi y dương, khi y âm.

45. Hai cạnh của hình chữ nhật có độ dài là 3 m và x (m).

Hãy viết công thức biểu diễn diện tích y (m^2) theo x.

Vì sao đại lượng y là hàm số của đại lượng x ?

Hãy vẽ đồ thi của hàm số đó.

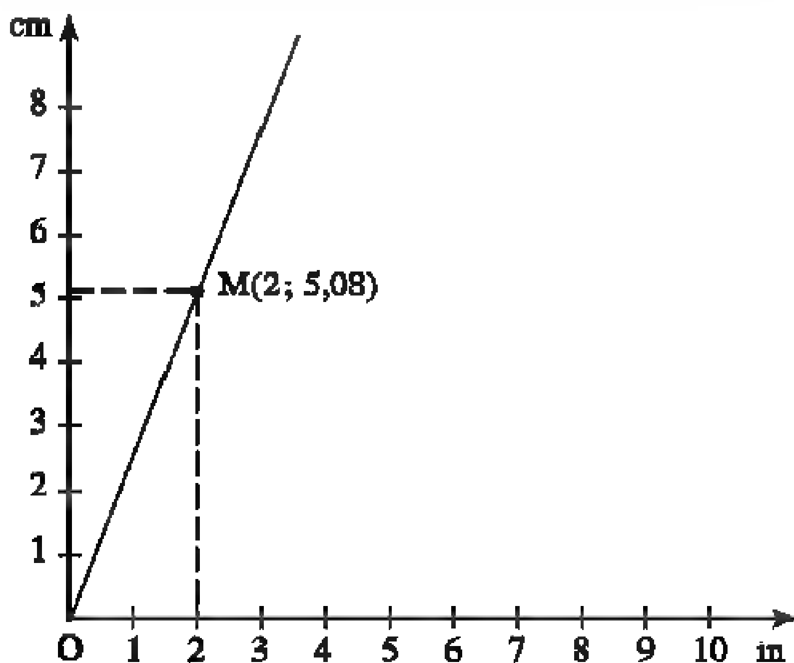
Xem đồ thị, hãy cho biết :

a) Diện tích của hình chữ nhật bằng bao nhiêu khi x = 3 m ? x = 4 m ?

b) Cạnh x bằng bao nhiêu khi diện tích y của hình chữ nhật bằng 6 m^2 ? 9 m^2 ?

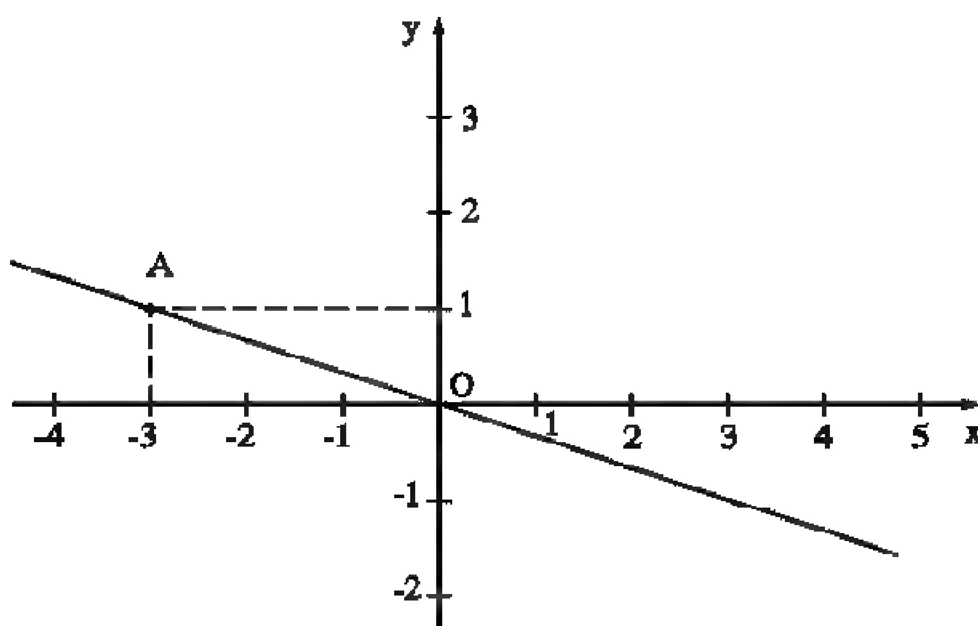
46. Đồ thi trong hình 28 được sử dung để đổi đơn vi độ dài từ in sơ sang xentimét.

Xem đồ thi hãy cho biết 2in (in sơ), 3in (in sơ), bằng khoảng bao nhiêu xentimét ?



Hình 28

47. Đường thẳng OA trên hình 29 là đồ thị của hàm số y = ax. Hệ số a bằng bao nhiêu ?



Hình 29

Bài đọc thêm

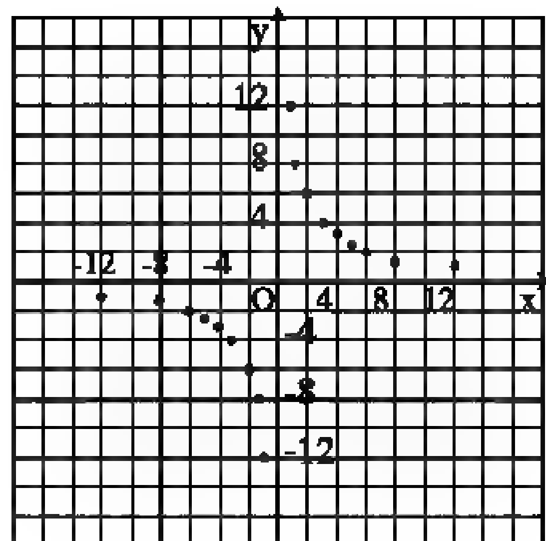
Đồ thị của hàm số $y = \frac{a}{x}$ $(a \neq 0)$

1. Đồ thị của hàm số $y = \frac{12}{x}$

Để vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{12}{x}$ ta làm như sau :

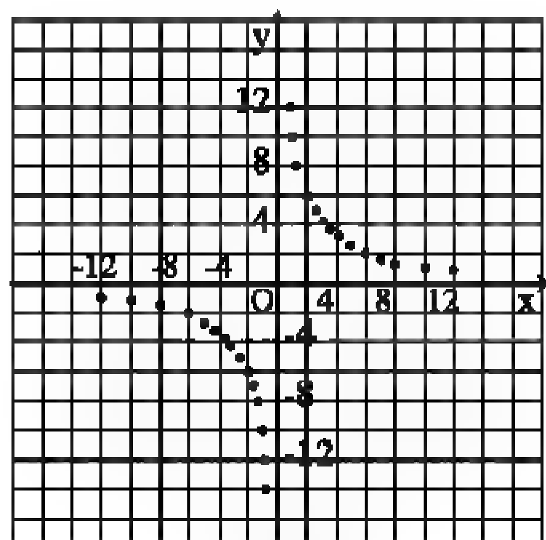
a) Viết một số cặp giá trị tương ứng của hàm số trên. Chẳng hạn, khi x = 1 ; 1,5 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8 ; 12 và khi x = –1 ; –1,5 ; –2 ; –3 ; –4 ; –5 ; –6 ; –8 ; –12.

b) Vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{12}{x}$.



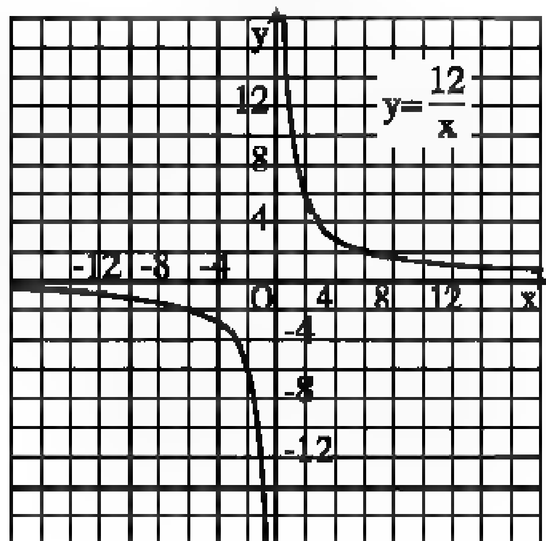
a)

• Vẽ các điểm biểu diễn các cặp số trên ta sẽ được hình 30a.



b)

• Vẽ nhiều điểm hơn nữa ta sẽ được hình 30b.



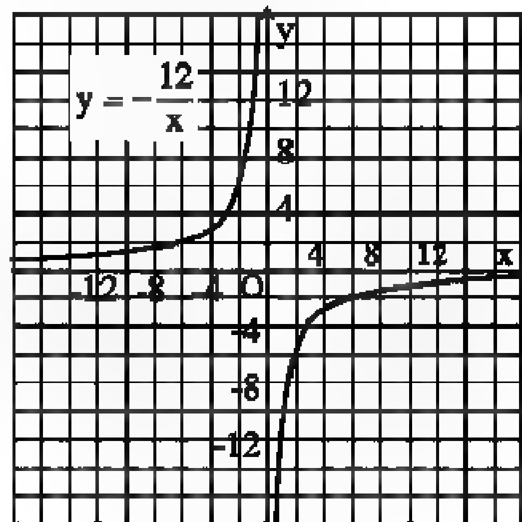
c)

Hình 30

• Nối liền các điểm với nhau ta sẽ thấy rằng đồ thị của hàm số $y = \frac{12}{x}$ (h.30c) gồm hai nhánh (hai đường cong) : một nhánh nằm ở góc phần tư thứ I và một nhánh nằm ở góc phần tư thứ III.

2. Đồ thị của hàm số $y = -\frac{12}{x}$

• Nếu làm tương tự như trên, ta sẽ thấy rằng đồ thị của hàm số $y = -\frac{12}{x}$ (h.31) bao gồm hai nhánh ; một nhánh nằm ở góc phần tư thứ II và một nhánh nằm ở góc phần tư thứ IV.



Hình 31

Ôn tập chương II

Câu hỏi ôn tập

1. a) Khi nào thì hai đại lượng y và x tỉ lệ thuận với nhau ? Cho ví dụ.

b) Khi nào thì hai đại lượng y và x tỉ lệ nghịch với nhau ? Cho ví dụ.

2. Gọi x và y theo thứ tự là độ dài cạnh và chu vi của tam giác đều. Đại lượng y tỉ lệ thuận hay tỉ lệ nghịch với đại lượng x ?

3. Các kích thước của hình hộp chữ nhật thay đổi sao cho thể tích của nó luôn bằng $36m^3$. Nếu gọi diện tích đáy và chiều cao của hình hộp đó là y (m^2) và x (m) thì hai đại lượng y và x tỉ lệ thuận hay tỉ lệ nghịch với nhau ?

4. Đồ thị của hàm số $y = ax$ ($a \neq 0$) có dạng như thế nào ?

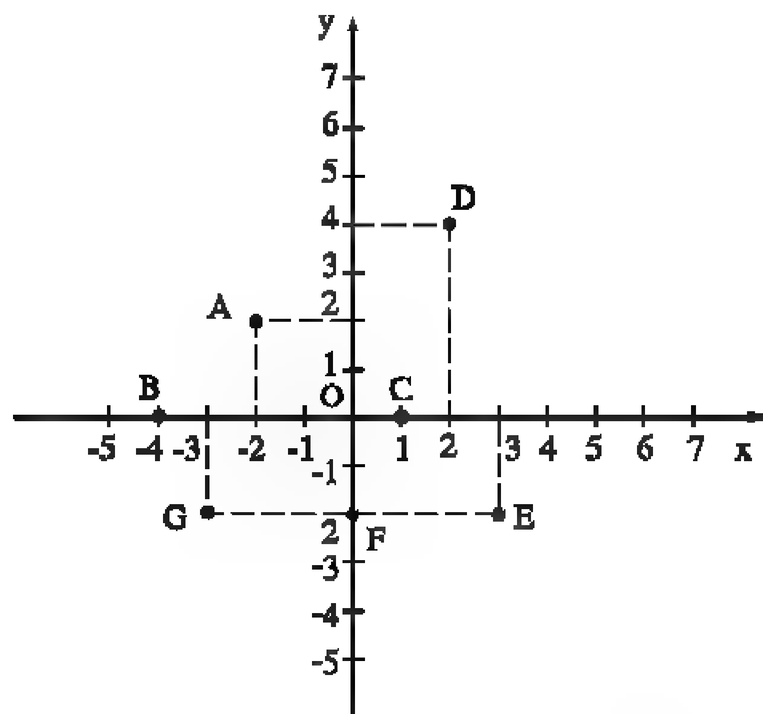
Bài tập

48. Một tấn nước biển chứa 25kg muối. Hỏi 250g nước biển đó chứa bao nhiêu gam muối ?

49. Hai thanh sắt và chì có khối lượng bằng nhau. Hỏi thanh nào có thể tích lớn hơn và lớn hơn bao nhiêu lần, biết rằng khối lượng riêng của sắt là 7,8 g/cm^3 và của chì là 11,3 g/cm^3 ?

50. Ông Minh dự định xây một bể nước có thể tích là V. Nhưng sau đó ông muốn thay đổi kích thước so với dự định ban đầu như sau : Cả chiều dài và chiều rộng đáy bể đều giảm đi một nửa. Hỏi chiều cao phải thay đổi như thế nào để bể xây được vẫn có thể tích là V ?

51. Viết toạ độ các điểm A, B, C, D, E, F, G trong hình 32.



Hình 32

52. Trong mặt phẳng toạ độ vẽ tam giác ABC với các đỉnh A (3 , 5) ; B (3 ,   1) ; C (–5 ; –1). Tam giác ABC là tam giác gì ?

53. Một vận động viên xe đạp đi được quãng đường 140km từ TP Hồ Chí Minh đến Vĩnh Long với vận tốc 35km/h. Hãy vẽ đồ thị của chuyển động trên trong hệ trục toạ độ Oxy (với một đơn vị trên trục hoành biểu thị một giờ và một đơn vị trên trục tung biểu thị hai mươi kilômét).

54. Vẽ trên cùng một hệ trục toạ độ đồ thị của các hàm số :

a) $y - \quad x$; b) $y - \frac{1}{2}x$; c) $y - \quad \frac{1}{2}x$.

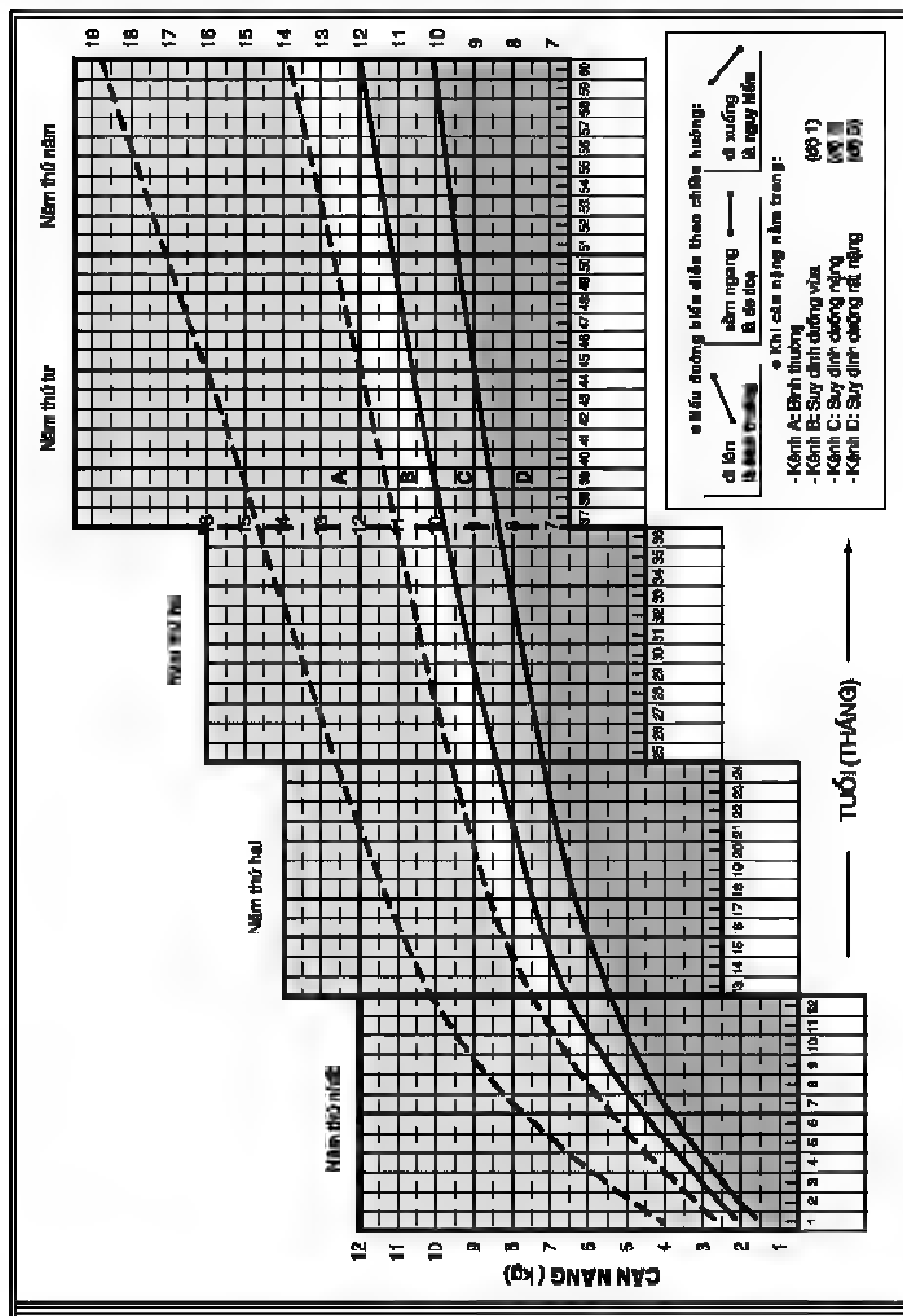
55. Những điểm nào sau đây không thuộc đồ thị của hàm số $y - 3x - 1$:

$$A\left(-\frac{1}{3} ;\ 0\right) ;\quad B\left(\frac{1}{3} ;\ 0\right) ;\quad C(0 ; 1) ;\quad D(0 ; -1) ?$$

56. ***Đố :*** Xem hình 33, đố em biết được :

a) Trẻ em tròn 5 tuổi (60 tháng) cân nặng bao nhiêu là bình thường, là suy dinh dưỡng vừa, là suy dinh dưỡng nặng, là suy dinh dưỡng rất nặng ?

b) Một em bé cân nặng 9,5kg khi tròn 24 tháng tuổi thuộc loại bình thường, suy dinh dưỡng vừa, suy dinh dưỡng nặng, suy dinh dưỡng rất nặng ?



Hình 33

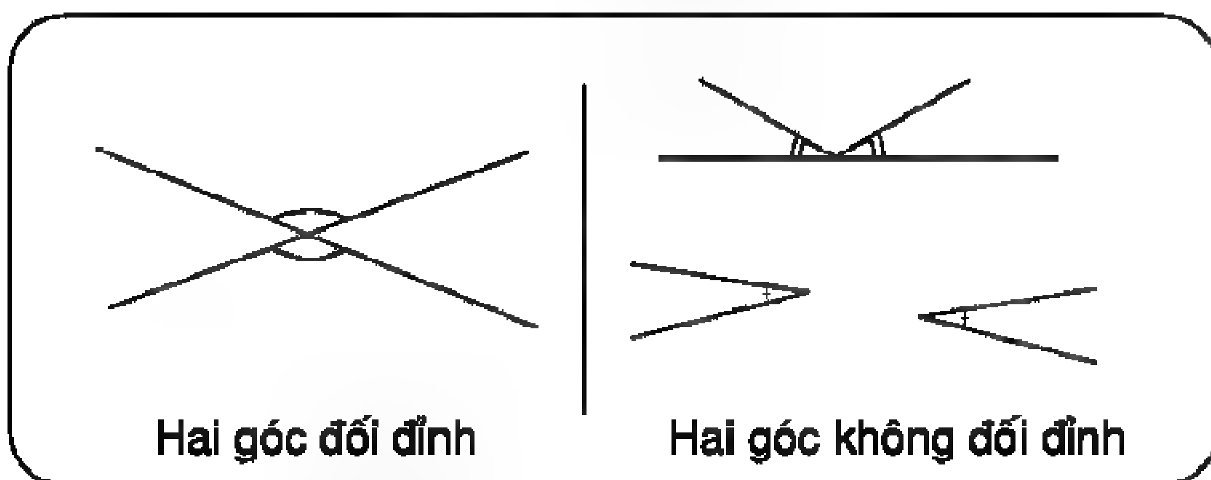
Phần HÌNH HỌC

Chương I – ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC
ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG



Hình ảnh của đường thẳng vuông góc, đường thẳng song song trong thực tế

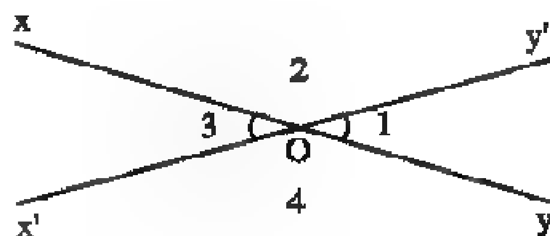
§1. Hai góc đối đỉnh



1. Thế nào là hai góc đối đỉnh ?

Ở hình 1, hai đường thẳng xy, x'y' cắt nhau tại O.

Hai góc O_1, O_3 được gọi là hai *góc đối đỉnh.*



Hình 1

?1 *Em hãy nhận xét quan hệ về cạnh, về đỉnh của* $\widehat{O}_1$ *và* $\widehat{O}_3$.

Ta có định nghĩa .

> *Hai góc đối đỉnh là hai góc mà mỗi cạnh của góc này là tia đối của một cạnh của góc kia.*

Khi hai góc O_1, O_3 đối đỉnh ta còn nói : Góc O_1 đối đỉnh với góc O_3 hoặc góc O_3 đối đỉnh với góc O_1, hoặc hai góc O_1, O_3 đối đỉnh với nhau.

?2 *Hai góc* O_2 *và* O_4 (h.1) *có là hai góc đối đỉnh không ? Vì sao ?*

2. Tính chất của hai góc đối đỉnh

?3 *Xem hình 1.*

a) *Hãy đo góc* O_1, *góc* O_3. *So sánh số đo hai góc đó.*

b) *Hãy đo góc* O_2, *góc* O_4. *So sánh số đo hai góc đó.*

c) Dự đoán kết quả rút ra từ câu a), b).

• *Tập suy luận* : Xem hình 1. Không đo, có thể suy ra được : $\hat{O}_1 = \hat{O}_3$ hay không ?

Vì $\hat{O}_1$ và $\hat{O}_2$ kề bù nên	$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180^\circ$.	(1)
Vì $\hat{O}_3$ và $\hat{O}_2$ kề bù nên	$\hat{O}_3 + \hat{O}_2 = 180^\circ$.	(2)
So sánh (1) và (2) ta có	$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = \hat{O}_3 + \hat{O}_2$.	(3)
Từ (3) suy ra :	$\hat{O}_1 = \hat{O}_3$.	

Ta có tính chất sau :

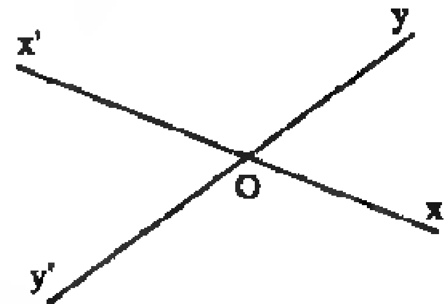
> *Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau.*

Bài tập

1. Vẽ hai đường thẳng xx' và yy' cắt nhau tại O như hình 2. Hãy điền vào chỗ trống (...) trong các phát biểu sau :

a) Góc xOy và góc ... là hai góc đối đỉnh vì cạnh Ox là tia đối của cạnh Ox' và cạnh Oy là ... của cạnh Oy'.

b) Góc x'Oy và góc xOy' là ... vì cạnh Ox là tia đối của cạnh ... và cạnh ...



Hình 2

2. Hãy điền vào chỗ trống (...) trong các phát biểu sau :

a) Hai góc có mỗi cạnh của góc này là *tia đối* của một cạnh của góc kia được gọi là hai góc ...

b) Hai đường thẳng cắt nhau tạo thành hai cặp góc ...

3. Vẽ hai đường thẳng zz' và tt' cắt nhau tại A. Hãy viết tên hai cặp góc đối đỉnh.

4. Vẽ góc xBy có số đo bằng 60°. Vẽ góc đối đỉnh với góc xBy. Hỏi góc này có số đo bằng bao nhiêu độ ?

Luyện tập

5. a) Vẽ góc ABC có số đo bằng 56°.

b) Vẽ góc ABC' kề bù với góc ABC. Hỏi số đo của góc ABC' ?

c) Vẽ góc C'BA' kề bù với góc ABC'. Tính số đo của góc C'BA'.

6. Vẽ hai đường thẳng cắt nhau sao cho trong các góc tạo thành có một góc 47^o. Tính số đo các góc còn lại.

7. Ba đường thẳng xx', yy', zz' cùng đi qua điểm O. Hãy viết tên các cặp góc bằng nhau.

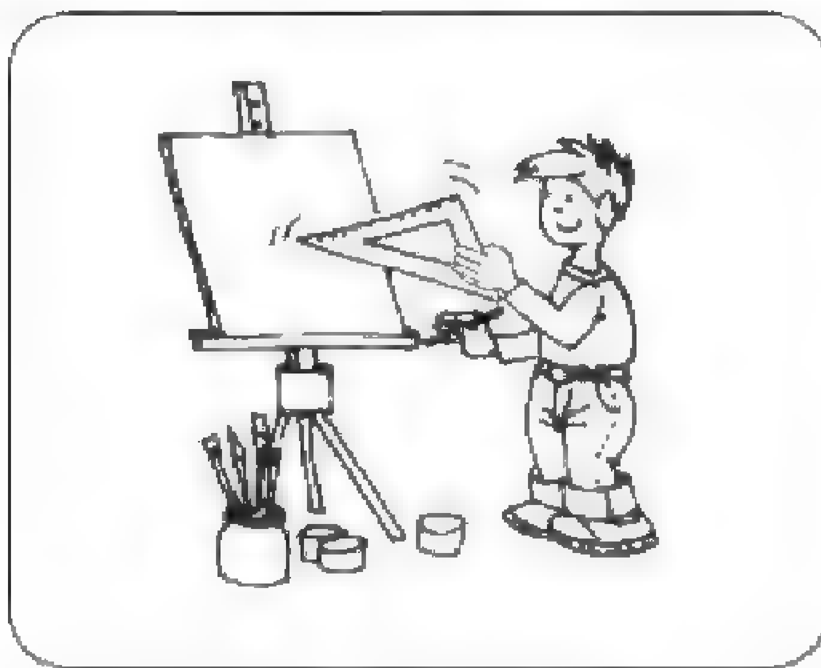
8. Vẽ hai góc có chung đỉnh và có cùng số đo là 70^o, nhưng không đối đỉnh

9. Vẽ góc vuông xAy. Vẽ góc x'Ay' đối đỉnh với góc xAy. Hãy viết tên hai góc vuông không đối đỉnh

10. ***Đố :*** Hãy vẽ một đường thẳng màu đỏ cắt một đường thẳng màu xanh trên một tờ giấy (giấy trong hoặc giấy mỏng).

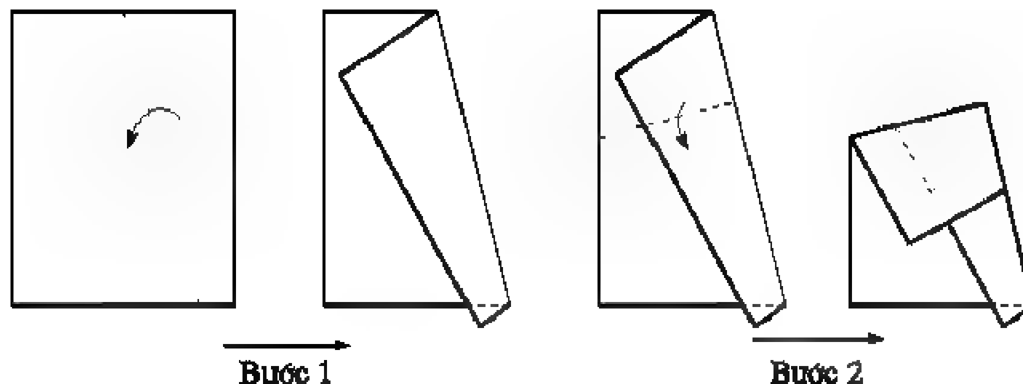
Phải gấp tờ giấy như thế nào để chứng tỏ hai góc đối đỉnh thì bằng nhau ?

§2. Hai đường thẳng vuông góc



1. Thế nào là hai đường thẳng vuông góc ?

?1 *Lấy một tờ giấy gấp hai lần như hình 3. Trải phẳng tờ giấy ra rồi quan sát các nếp gấp và các góc tạo thành bởi các nếp gấp đó.*



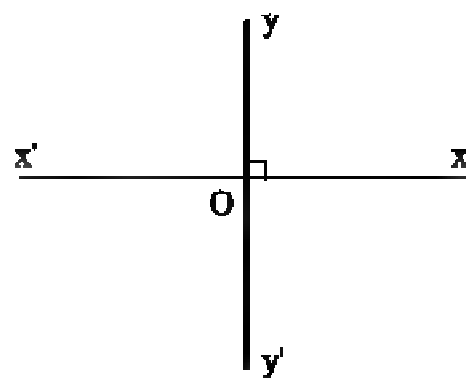
Hình 3

?2 *Tập suy luận*

Ở hình 4, hai đường thẳng xx' *và* yy' *cắt nhau tại* O *và góc* xOy *vuông. Khi đó các góc* yOx', x'Oy', y'Ox *cũng đều là những góc vuông. Vì sao ?*

Hướng dẫn suy luận :

Sử dụng hai góc kề bù hoặc hai góc đối đỉnh.



Hình 4

• Ta có định nghĩa :

Hai đường thẳng xx', yy' *cắt nhau và trong các góc tạo thành có một góc vuông được gọi là* **hai đường thẳng vuông góc** *và được kí hiệu là* xx' $\perp$ yy'.

Khi xx' và yy' là hai đường thẳng vuông góc (và cắt nhau tại O) ta còn nói : Đường thẳng xx' vuông góc với đường thẳng yy' (tại O) hoặc đường thẳng yy' vuông góc với đường thẳng xx' (tại O), hoặc hai đường thẳng xx', yy' vuông góc với nhau (tại O).

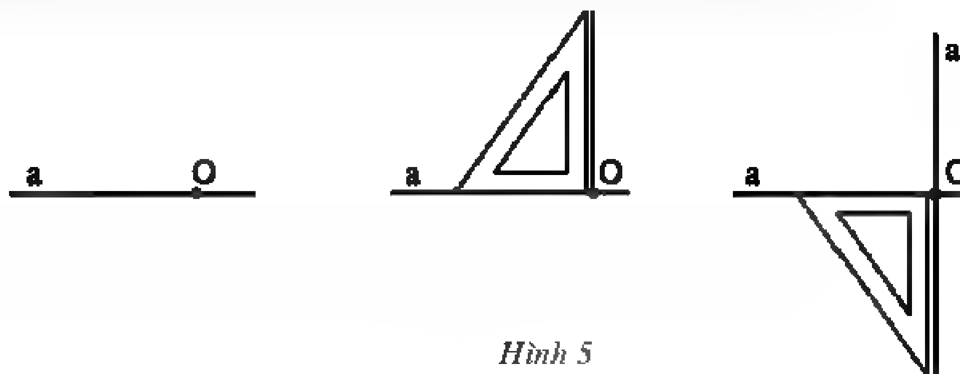
2. Vẽ hai đường thẳng vuông góc

?3 *Vẽ phác hai đường thẳng* a *và* a' *vuông góc với nhau và viết kí hiệu.*

?4 *Cho một điểm* O *và một đường thẳng* a. *Hãy vẽ đường thẳng* a' *đi qua* O *và vuông góc với đường thẳng a.*

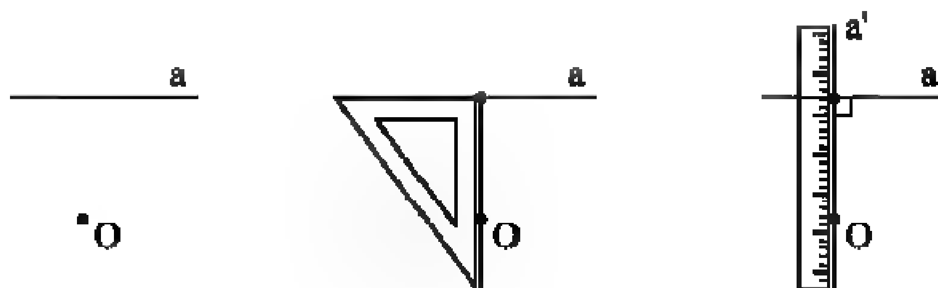
Một số cách vẽ được minh hoạ ở các hình 5, 6.

Trường hợp điểm O cho trước nằm trên đường thẳng a.



Hình 5

Trường hợp điểm O cho trước nằm ngoai đường thẳng a.



Hình 6

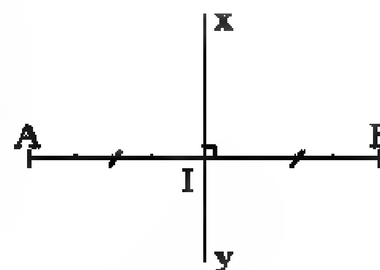
Ta thừa nhận tính chất sau :

> *Có một và chỉ một đường thẳng* a' *đi qua điểm* O *và vuông góc với đường thẳng* a *cho trước.*

3. Đường trung trực của đoạn thẳng

• Nhìn hình 7 ta thấy :

I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Đường thẳng xy vuông góc với đường thẳng AB tại I (đường thẳng xy vuông góc với đoạn thẳng AB tại I).



Hình 7

Ta nói : Đường thẳng xy là *đường trung trực* của đoạn thẳng AB.

• Ta có định nghĩa :

> *Đường thẳng vuông góc với một đoạn thẳng tại trung điểm của nó được gọi là* ***đường trung trực*** *của đoạn thẳng ấy.*

Khi xy là đường trung trực của đoạn thẳng AB ta cũng nói : Hai điểm A và B *đối xứng* với nhau qua đường thẳng xy.

Bài tập

11. Điền vào chỗ trống (...) trong các phát biểu sau :

a) Hai đường thẳng vuông góc với nhau là hai đường thẳng

b) Hai đường thẳng a và a' vuông góc với nhau được kí hiệu là ...

c) Cho trước một điểm A và một đường thẳng d. ... đường thẳng d' đi qua A và vuông góc với d.

12. Trong hai câu sau, câu nào đúng ? Câu nào sai ? Hãy bác bỏ câu sai bằng một hình vẽ.

a) Hai đường thẳng vuông góc thì cắt nhau

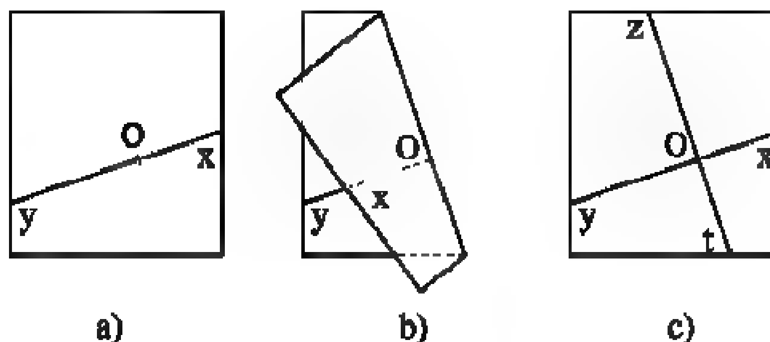
b) Hai đường thẳng cắt nhau thì vuông góc.

13. Vẽ một đoạn thẳng AB trên giấy trong hoặc giấy mỏng. Hãy gấp tờ giấy để nếp gấp trùng với đường trung trực của đoạn thẳng ấy.

14. Cho đoạn thẳng CD dài 3cm Hãy vẽ đường trung trực của đoạn thẳng ấy

Luyện tập

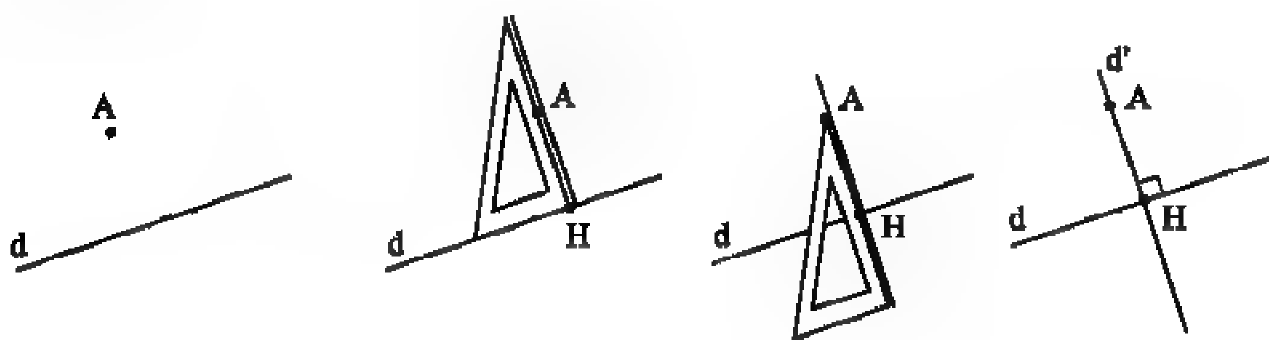
15. Vẽ đường thẳng xy và điểm O thuộc đường thẳng đó trên giấy trong (như hình 8a). Gấp giấy như hình 8b. Trải phẳng tờ giấy rồi tô xanh nếp gấp zt (hình 8c) Hãy nêu những kết luận rút ra từ các hoạt động trên



Hình 8

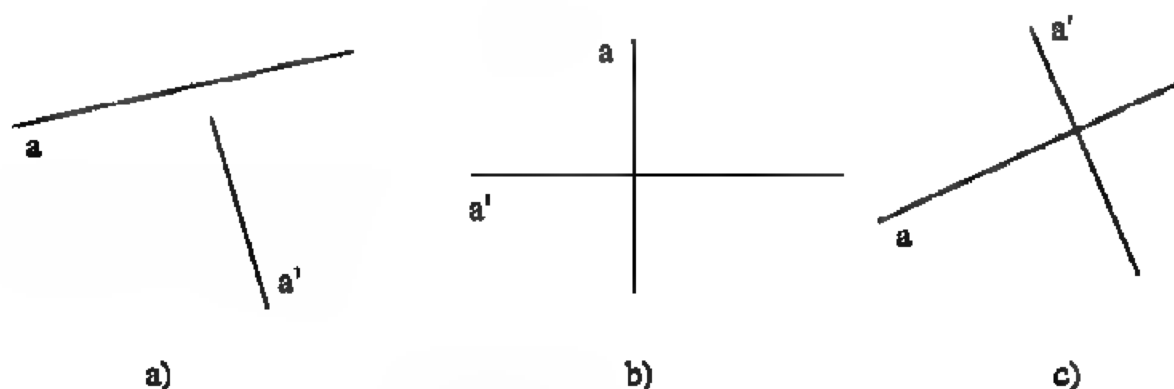
16. Vẽ đường thẳng d' đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d cho trước chỉ bằng êke.

Hướng dẫn : Xem hình 9.



Hình 9

17. Dùng êke hãy kiểm tra xem hai đường thẳng a và a' ở hình 10 (a, b, c) có vuông góc với nhau hay không ?



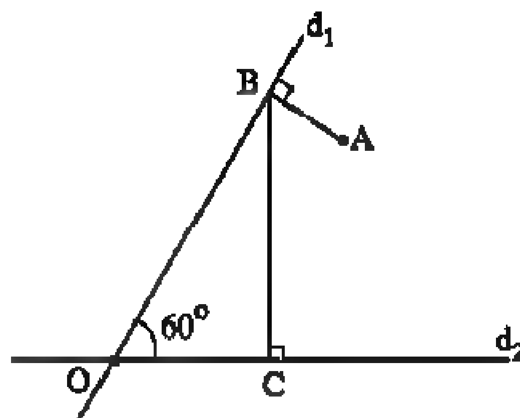
Hình 10

18. Vẽ hình theo cách diễn đạt bằng lời sau :

Vẽ góc xOy có số đo bằng 45^{0}. Lấy điểm A bất kì nằm trong góc xOy. Vẽ qua A đường thẳng d_1 vuông góc với tia Ox tại B. Vẽ qua A đường thẳng d_2 vuông góc với tia Oy tại C.

19. Vẽ lại hình 11 và nói rõ trình tự vẽ hình.

Chú ý : Có thể vẽ hình theo nhiều trình tự khác nhau.

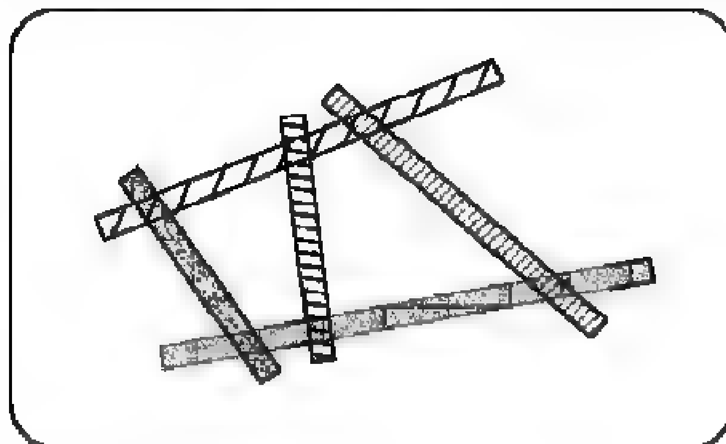


Hình 11

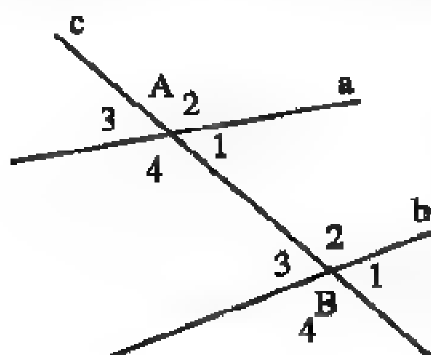
20. Vẽ đoạn thẳng AB dài 2cm và đoạn thẳng BC dài 3cm rồi vẽ đường trung trực của mỗi đoạn thẳng ấy.

(Vẽ hình trong hai trường hợp : ba điểm A, B, C không thẳng hàng, ba điểm A, B, C thẳng hàng).

§3. Các góc tạo bởi một đường thẳng cắt hai đường thẳng



1. Góc so le trong. Góc đồng vị



Hình 12

Ở hình 12 đường thẳng c cắt hai đường thẳng a, b tại A, B tạo thành bốn góc đỉnh A, bốn góc đỉnh B được đánh số như trên hình vẽ.

Ta sắp xếp các góc thành từng cặp.

Mỗi cặp gồm một góc đỉnh A và một góc đỉnh B.

a) Hai góc A_1 và B_3, cũng như hai góc A_4 và B_2 được gọi là hai góc *so le trong*.

b) Các cạp góc A_1 và B_1, A_2 và B_2, A_3 và B_3, A_4 và B_4 được gọi là các cặp *góc đồng vị*.

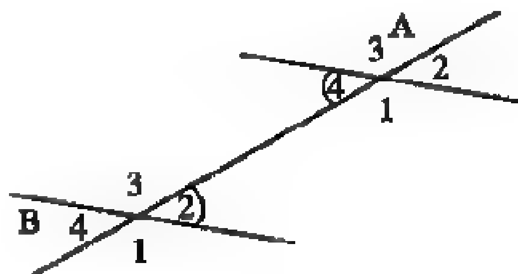
?1 *Vẽ đường thẳng* xy *cắt hai đường thẳng* zt *và* uv *tại* A *và* B.

a) Viết tên hai cặp góc so le trong.

b) Viết tên bốn cặp góc đồng vị.

2. Tính chất

?2 *Trên hình* 13 *người ta cho* $\widehat{A}_4 = \widehat{B}_2 = 45^o$.



Hình 13

a) Hãy tính $\widehat{A}_1$, $\widehat{B}_3$.

Gợi ý : *Chú ý các cặp góc kề bù.*

b) Hãy tính $\widehat{A}_2$, $\widehat{B}_4$.

Gợi ý : *Chú ý các cặp góc đối đỉnh.*

c) Hãy viết tên ba cặp góc đồng vị còn lại với số đo của chúng.

Ta có tính chất sau :

> *Nếu đường thẳng c cắt hai đường thẳng a, b và trong các góc tạo thành có một cặp góc so le trong bằng nhau thì :*
> *a) Hai góc so le trong còn lại bằng nhau ;*
> *b) Hai góc đồng vị bằng nhau.*

Bài tập

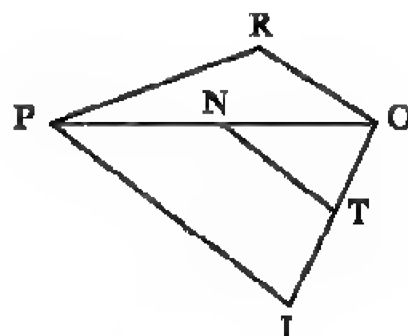
21. Xem hình 14 rồi điền vào chỗ trống (...) trong các câu sau :

a) $\widehat{IPO}$ và $\widehat{POR}$ là một cặp góc ...

b) $\widehat{OPI}$ và $\widehat{TNO}$ là một cặp góc ...

c) $\widehat{PIO}$ và $\widehat{NTO}$ là một cặp góc ...

d) $\widehat{OPR}$ và $\widehat{POI}$ là một ...



Hình 14

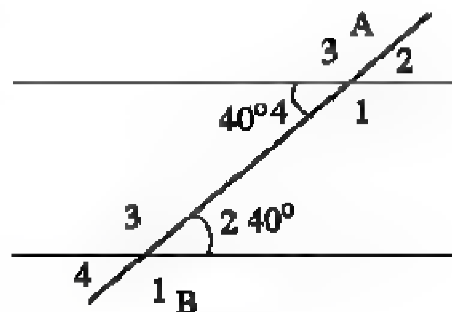
22. a) Vẽ lại hình 15

b) Ghi tiếp số đo ứng với các góc còn lại.

c) Cặp góc A_1, B_2 và cặp góc A_4, B_3 được gọi là hai cặp *góc trong cùng phía*.

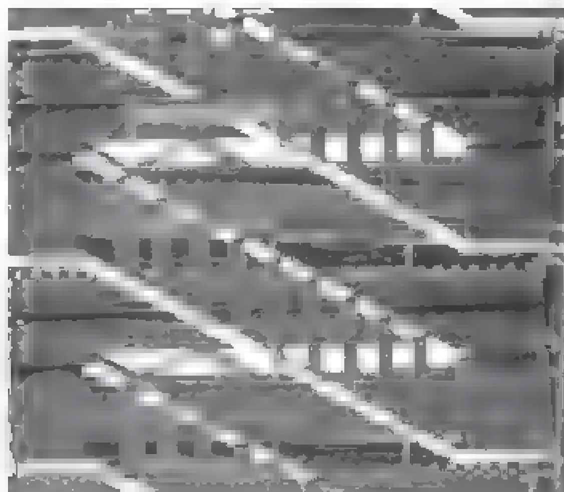
Tính :

$\widehat{A}_1 + \widehat{B}_2$; $\widehat{A}_4 + \widehat{B}_3$.



Hình 15

23. Hãy nêu hình ảnh của các cặp góc so le trong và các cặp góc đồng vị trong thực tế.

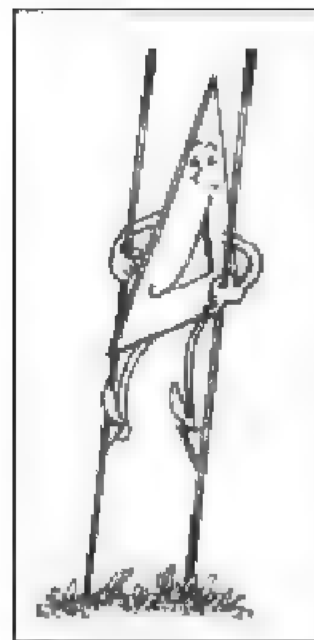


Hình 16

§4. Hai đường thẳng song song

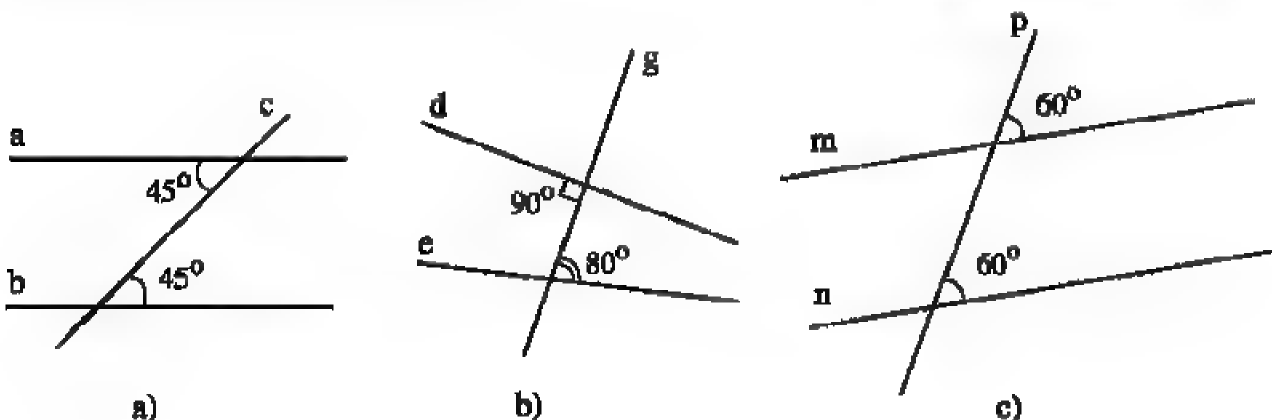
1. Nhắc lại kiến thức lớp 6

> • *Hai đường thẳng song song là hai đường thẳng không có điểm chung.*
>
> • *Hai đường thẳng phân biệt thì hoặc cắt nhau hoặc song song.*



2. Dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song

?1 *Xem hình* 17 (a, b, c). *Đoán xem các đường thẳng nào song song với nhau.*



Hình 17

Ta thừa nhận tính chất sau :

> *Nếu đường thẳng* c *cắt hai đường thẳng* a, b *và trong các góc tạo thành có một cặp góc so le trong bằng nhau (hoặc một cặp góc đồng vị bằng nhau) thì* a *và* b *song song với nhau.*

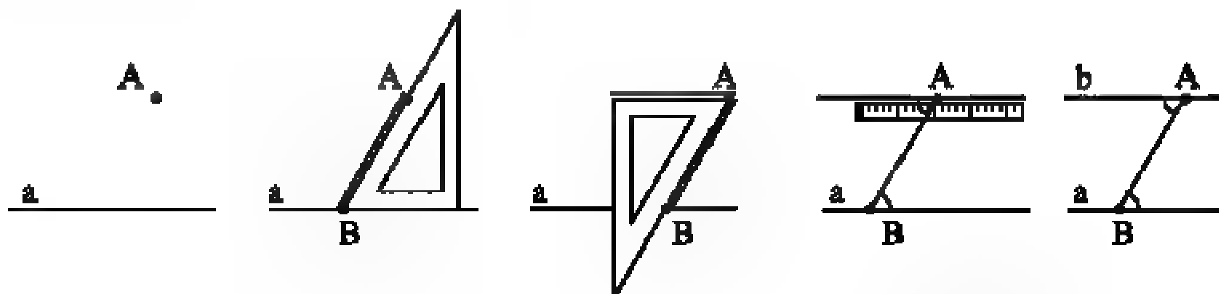
Hai đường thẳng a, b song song với nhau được kí hiệu là a // b.

Khi a và b là hai đường thẳng song song ta còn nói : Đường thẳng a song song với đường thẳng b, hoặc đường thẳng b song song với đường thẳng a.

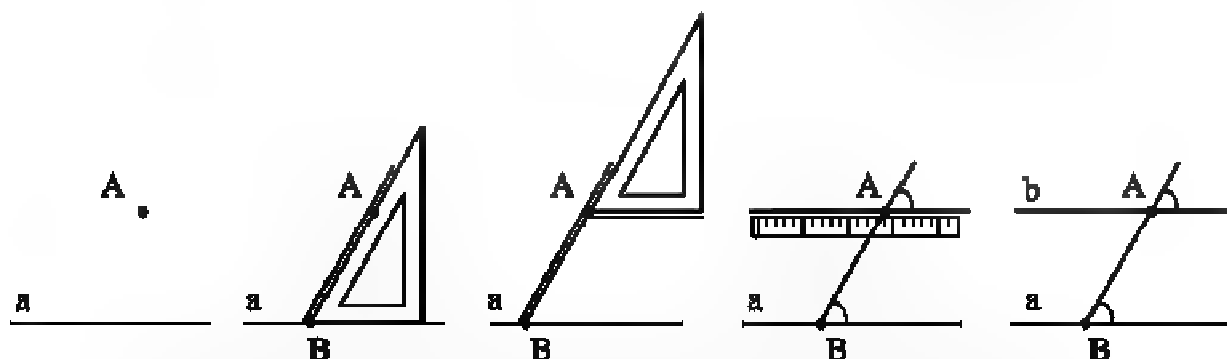
3. Vẽ hai đường thẳng song song

?2 *Cho đường thẳng* a *và điểm* A *nằm ngoài đường thẳng* a. *Hãy vẽ đường thẳng* b *đi qua* A *và song song với* a.

Một số cách vẽ được minh hoạ ở hình 18, 19.



Hình 18 Dùng góc nhọn 60^{o} của êke để vẽ hai góc so le trong bằng nhau



Hình 19 Dùng góc nhọn 60^{o} của êke để vẽ hai góc đồng vị bằng nhau

Bài tập

24. Điền vào chỗ trống (...) trong các phát biểu sau :

a) Hai đường thẳng a, b song song với nhau được kí hiệu là ...

b) Đường thẳng c cắt hai đường thẳng a, b và trong các góc tạo thành có một cặp góc so le trong bằng nhau thì . .

25. Cho hai điểm A và B. Hãy vẽ một đường thẳng a đi qua A và đường thẳng b đi qua B sao cho b song song với a.

Luyện tập

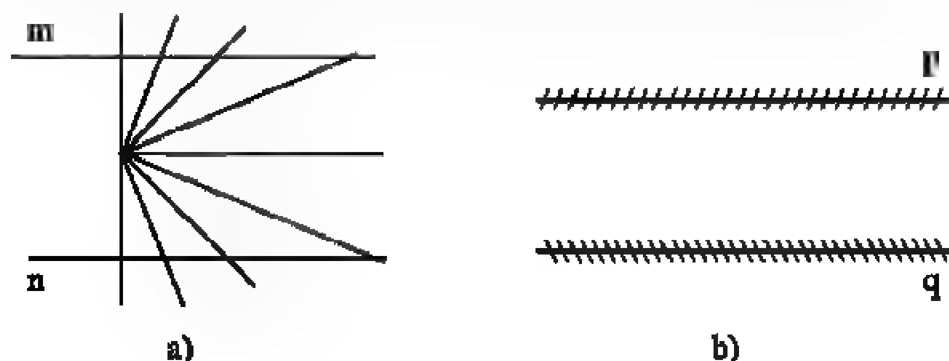
26. Vẽ cặp góc so le trong xAB, yBA có số đo đều bằng 120^{o}. Hỏi hai đường thẳng Ax, By có song song với nhau không ? Vì sao ?

27. Cho tam giác ABC. Hãy vẽ một đoạn thẳng AD sao cho AD = BC và đường thẳng AD song song với đường thẳng BC.

28. Vẽ hai đường thẳng xx', yy' sao cho xx' // yy'.

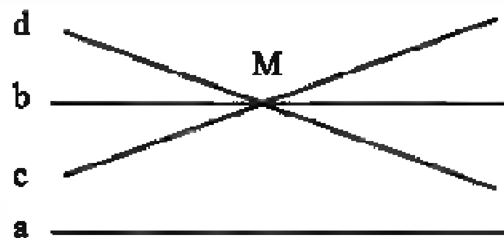
29. Cho góc nhọn xOy và một điểm O'. Hãy vẽ một góc nhọn x'O'y' có O'x' // Ox và O'y' // Oy. Hãy đo xem hai góc xOy và x'O'y' có bằng nhau hay không ? (Xem bài tập số 44, sách Bài tập Toán 7 tập một, chương I, phần Hình học)

30. ***Đố :*** Nhìn xem hai đường thẳng m, n ở hình 20a, hai đường thẳng p, q ở hình 20b, có song song với nhau không ? Kiểm tra lại bằng dụng cụ.



Hình 20

§5. Tiên đề Ơ-clit về đường thẳng song song



Đường thẳng nào song song với đường thẳng a ?

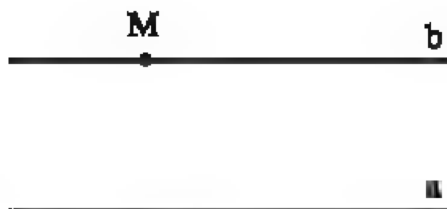
1. Tiên đề Ơ-clit

Cho điểm M nằm ngoài đường thẳng a. Ta đã biết cách vẽ đường thẳng b đi qua M sao cho b // a.

Vấn đề đặt ra là có bao nhiêu đường thẳng b đi qua M và b // a ?

Chúng ta thừa nhận tính chất sau mang tên "Tiên đề Ơ-clit" :

> *Qua một điểm ở ngoài một đường thẳng chỉ có một đường thẳng song song với đường thẳng đó.*



Hình 21. Điểm M nằm ngoài đường thẳng a, đường thẳng b đi qua M và song song với a là duy nhất.

2. Tính chất của hai đường thẳng song song



a) Vẽ hai đường thẳng a, b *sao cho* a // b.

b) Vẽ đường thẳng c *cắt* a *tại* A, *cắt* b *tại* B.

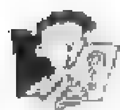
c) Đo một cặp góc so le trong. Nhận xét.

d) Đo một cặp góc đồng vị. Nhận xét.

Nhờ tiên đề Ơ-clit người ta suy ra tính chất sau :

> *Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì :*
>
> *a) Hai góc so le trong bằng nhau ;*
>
> *b) Hai góc đồng vị bằng nhau ;*
>
> *c) Hai góc trong cùng phía bù nhau.*

(Xem cách suy luận ở bài tập số 30, số 43, sách Bài tập Toán 7 tập một, chương I, phần Hình học).



Có thể em chưa biết

Ơ-clit là nhà toán học lỗi lạc thời cổ Hi Lạp, sống vào thế kỉ III trước Công nguyên. Có thể nói hầu hết kiến thức hình học ở cấp trung học cơ sở hiện nay đều đã được đề cập một cách khá hệ thống, chính xác, trong bộ sách "Cơ bản" gồm 13 cuốn do Ơ-clit viết ra. Tục truyền có lần vua Ptô-lê-mê hỏi Ơ-clit : "Liệu có thể đến với hình học bằng con đường khác, ngắn hơn không ?". Ông trả lời ngay : "Tâu bệ hạ, trong hình học không có con đường dành riêng cho vua chúa"



Ơ-clit

Bài tập

31. Tập vẽ phác hai đường thẳng song song với nhau. Kiểm tra lại bằng dụng cụ.

32. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào diễn đạt đúng nội dung của tiên đề Ơ clit

a) Nếu qua điểm M nằm ngoài đường thẳng a có hai đường thẳng song song với a thì *chúng trùng nhau*.

b) Cho điểm M ở ngoài đường thẳng a. Đường thẳng đi qua M và song song với đường thẳng a là *duy nhất*.

c) Có duy nhất một đường thẳng song song với một đường thẳng cho trước.

d) Qua điểm M nằm ngoài đường thẳng a có ít nhất một đường thẳng song song với a.

33. Điền vào chỗ trống (...) trong phát biểu sau :

Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì :

a) Hai góc so le trong ...

b) Hai góc đồng vị ...

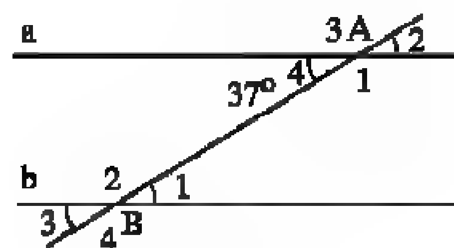
c) Hai góc trong cùng phía ...

34. Hình 22 cho biết a // b và $\widehat{A}_4 = 37^\circ$.

a) Tính $\widehat{B}_1$.

b) So sánh $\widehat{A}_1$ và $\widehat{B}_4$.

c) Tính $\widehat{B}_2$.



Hình 22

Luyện tập

35. Cho tam giác ABC. Qua đỉnh A vẽ đường thẳng a song song với BC, qua đỉnh B vẽ đường thẳng b song song với AC. Hỏi vẽ được mấy đường thẳng a, mấy đường thẳng b, vì sao ?

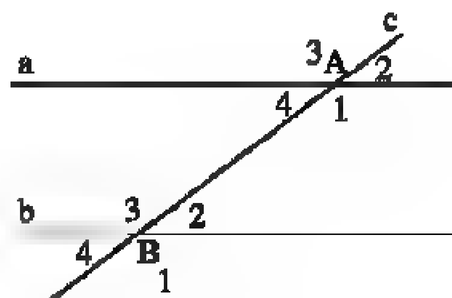
36. Hình 23 cho biết a // b và c cắt a tại A, cắt b tại B. Hãy điền vào chỗ trống (...) trong các câu sau :

a) $\widehat{A}_1 = ...$ (vì là cặp góc so le trong).

b) $\widehat{A}_2 = ...$ (vì là cặp góc đồng vị).

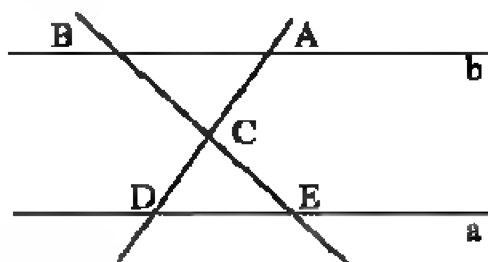
c) $\widehat{B}_3 + \widehat{A}_4 = ...$ (vì ...).

d) $\widehat{B}_4 = \widehat{A}_2$ (vì ...).



Hình 23

37. Cho hình 24 (a // b). Hãy nêu tên các cặp góc bằng nhau của hai tam giác CAB và CDE.



Hình 24

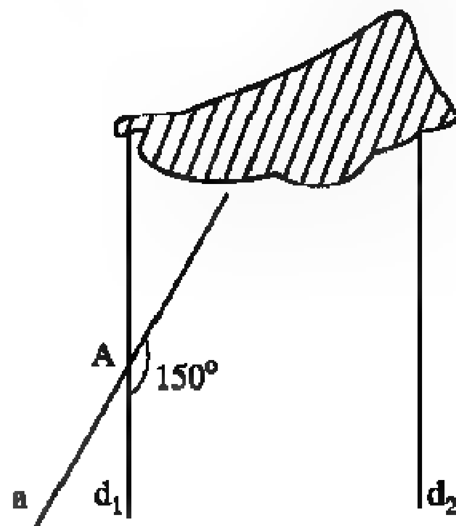
38. Hãy điền vào chỗ trống ( ) trong bảng sau :

Hình 25a • Biết d // d' (h.25a) thì suy ra : a) $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_3$ và b) ... và c) ... • Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì : a) ... b) ... c)	• Biết : (h.25b) a) $\widehat{A}_4 = \widehat{B}_2$ hoặc b) ... hoặc c) ... thì suy ra d // d' *Hình 25b* • Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng mà a) ... hoặc b) hoặc c) ... thì hai đường thẳng đó song song với nhau.

39. ***Đố :*** Hình 26 cho biết $d_1 // d_2$ và một góc tù tại đỉnh A bằng 150°.

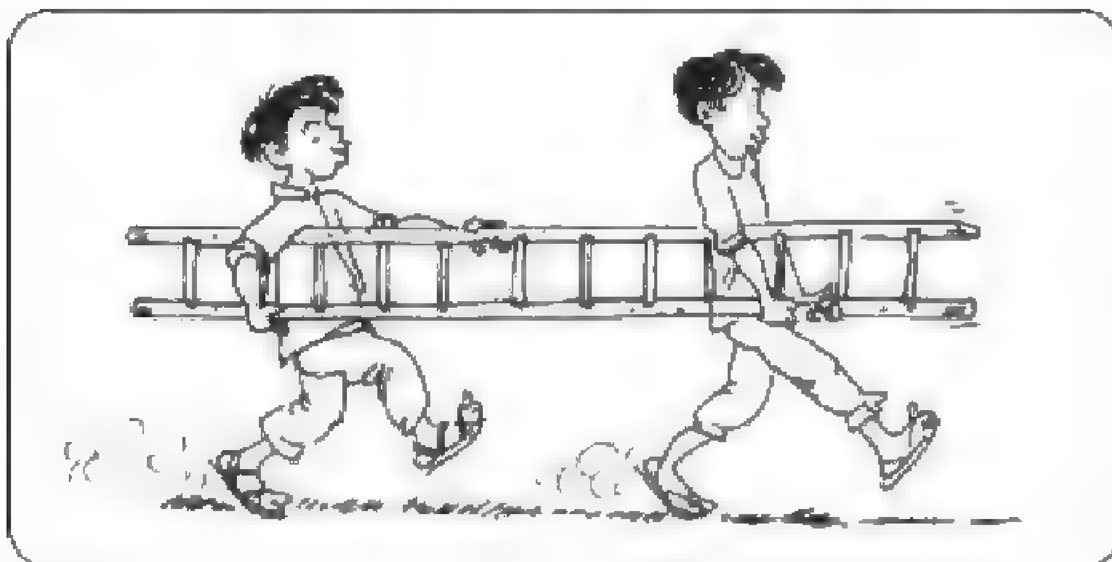
Tính góc nhọn tạo bởi a và d_2.

Gợi ý : Tính số đo của một góc nhọn đỉnh A.



Hình 26

§6. Từ vuông góc đến song song

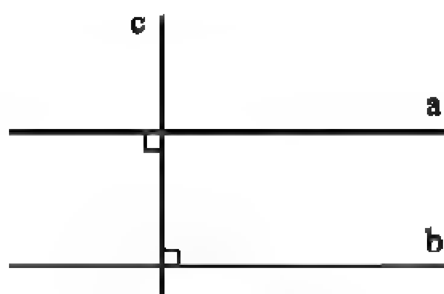


1. Quan hệ giữa tính vuông góc với tính song song

?1 *Xem hình 27, (cho biết* $a \perp c$ *và* $b \perp c$*)*

a) Dự đoán xem a *và* b *có song song với nhau không ?*

b) Sử dụng dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song (§4) hãy suy ra a // b.



Hình 27

Ta có tính chất sau :

> *Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.*

Ta cũng có tính chất sau :

> *Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng vuông góc với đường thẳng kia.*

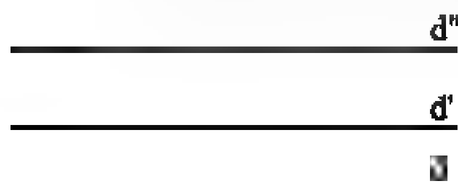
2. Ba đường thẳng song song

?2 *Xem hình 28a (cho biết* d' // d *và* d" // d).

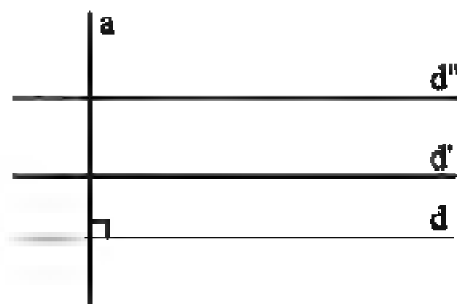
a) Dự đoán xem d' *và* d" *có song song với nhau không ?*

b) Vẽ đường thẳng a *vuông góc với* d *(như hình 28b) rồi trả lời các câu hỏi sau :*

- a *có vuông góc với* d' *không ? Vì sao ?*
- a *có vuông góc với* d" *không ? Vì sao ?*
- d' *có song song với* d" *không ? Vì sao ?*



a)



b)

Hình 28

Ta có tính chất sau :

> *Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.*

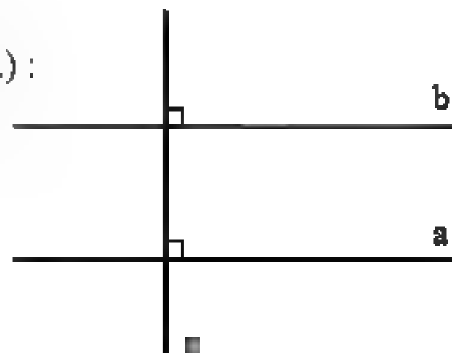
* Khi ba đường thẳng d, d', d" song song với nhau từng đôi một, ta nói ba đường thẳng ấy song song với nhau và kí hiệu là d // d' // d".

Bài tập

40. Căn cứ vào hình 29 hãy điền vào chỗ trống (...) :

Nếu a ⊥ c và b ⊥ c thì ...

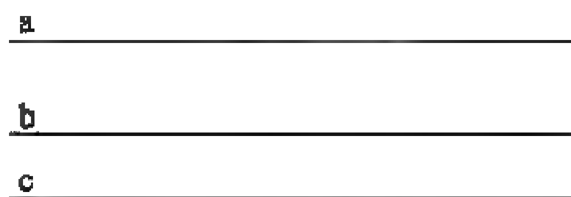
Nếu a // b và c ⊥ a thì



Hình 29

41. Căn cứ vào hình 30 hãy điền vào chỗ trống (...) :

Nếu a // b và a // c thì ...



Hình 30

Luyện tập

42. a) Vẽ c ⊥ a.

b) Vẽ b ⊥ c. Hỏi a có song song với b không ? Vì sao ?

c) Phát biểu tính chất đó bằng lời.

43. a) Vẽ c ⊥ a.

b) Vẽ b // a. Hỏi c có vuông góc với b không ? Vì sao ?

c) Phát biểu tính chất đó bằng lời

44. a) Vẽ a // b.

b) Vẽ c // a. Hỏi c có song song với b không ? Vì sao ?

c) Phát biểu tính chất đó bằng lời.

45. a) Vẽ d' // d và d" // d (d" và d' phân biệt).

b) Suy ra d' // d" bằng cách trả lời các câu hỏi sau :

• Nếu d' cắt d" tại điểm M thì M có thể nằm trên d không ? Vì sao ?

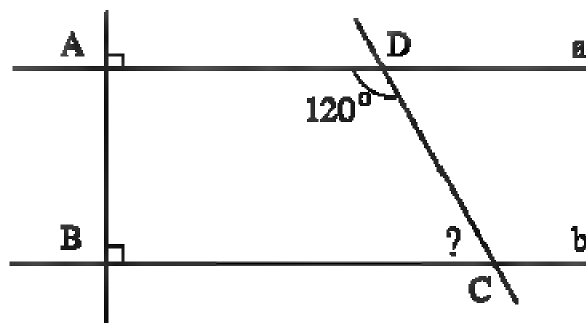
• Qua điểm M nằm ngoài d, vừa có d' // d, vừa có d" // d thì có trái với tiên đề Ơ-clit không ? Vì sao ?

• Nếu d' và d" không thể cắt nhau (vì trái với tiên đề Ơ clit) thì chúng phải thế nào ?

46. Xem hình 31 :

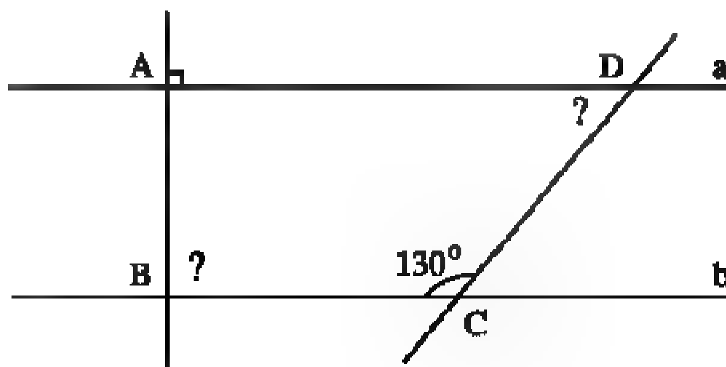
a) Vì sao a // b ?

b) Tính số đo góc C.



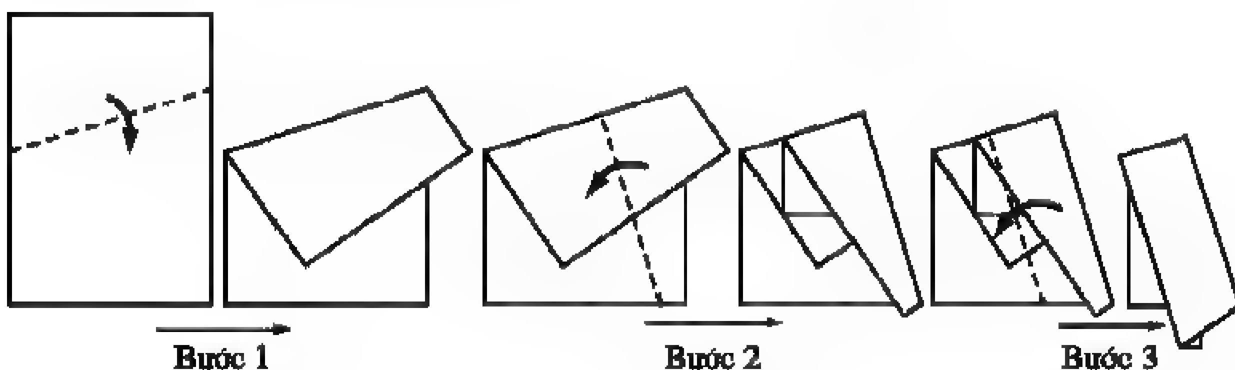
Hình 31

47. Ở hình 32, biết a // b, $\widehat{A} = 90^\circ$, $\widehat{C} = 130^\circ$, tính $\widehat{B}$, $\widehat{D}$.



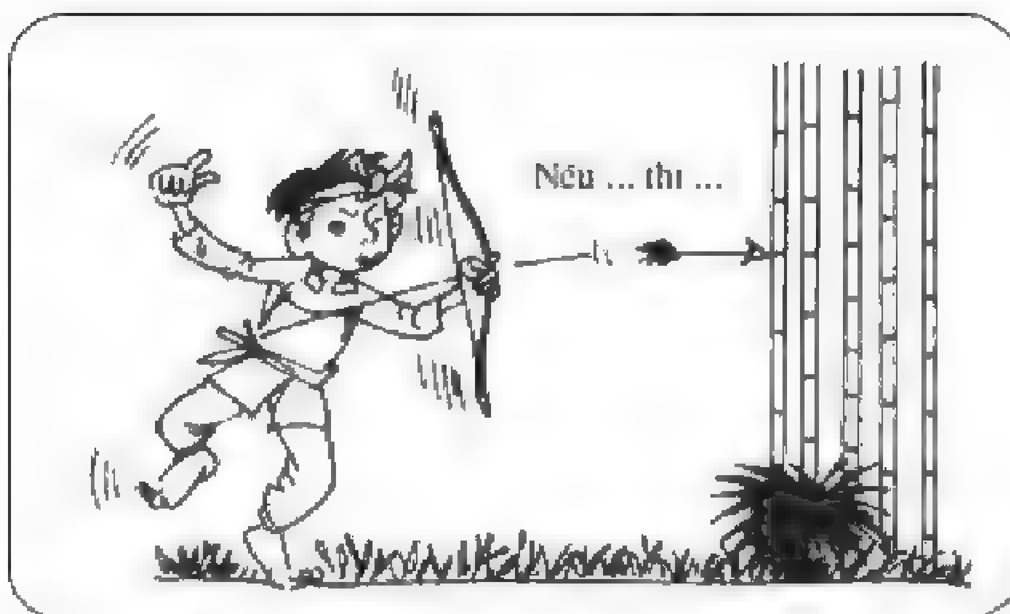
Hình 32

48. ***Đố :*** Hãy lấy một tờ giấy, gấp ba lần theo hình 33. Trải tờ giấy, quan sát xem có phải các nếp gấp là hình ảnh của một đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng song song hay không ?



Hình 33

§7. Định lí

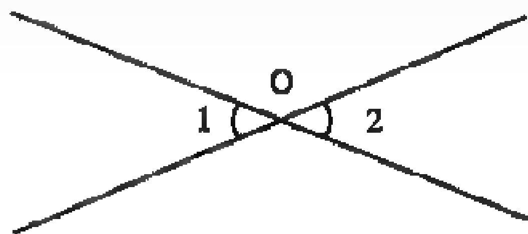


1. Định lí

• Tính chất "Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau" được khẳng định là đúng không phải bằng đo trực tiếp mà bằng suy luận. Một tính chất như thế là một định lí. Ta có thể hiểu : Định lí là một khẳng định suy ra từ những khẳng định được coi là đúng.

?1 *Ba tính chất ở §6 là ba định lí. Em hãy phát biểu lại ba định lí đó.*

• Trong định lí "Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau" (h 34), điều đã cho "$\widehat{O_1}$ và $\widehat{O_2}$ là hai góc đối đỉnh" là *giả thiết* của định lí, điều phải suy ra "$\widehat{O_1} = \widehat{O_2}$" là *kết luận* của định lí.



Hình 34

• Khi định lí được phát biểu dưới dạng "Nếu ... thì", phần nằm giữa từ "Nếu" và từ "thì" là phần giả thiết, phần sau từ "thì" là phần kết luận.

"Giả thiết" và "Kết luận" được viết tắt tương ứng là GT và KL

?2 *a) Hãy chỉ ra giả thiết và kết luận của định lí : "Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau".*

b) Vẽ hình minh hoạ định lí trên và viết giả thiết, kết luận bằng kí hiệu.

2. Chứng minh định lí

• *Chứng minh định lí* là dùng lập luận để từ giả thiết suy ra kết luận

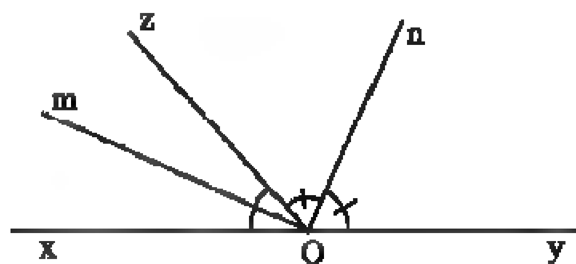
• *Ví dụ :* Chứng minh định lí :

Góc tạo bởi hai tia phân giác của hai góc kề bù là một góc vuông.

(Ta có thể phát biểu cụ thể như sau : Nếu Om và On là hai tia phân giác của hai góc kề bù thì góc mOn là góc vuông).

Giải (h.35)

GT	$\widehat{xOz}$ và $\widehat{zOy}$ kề bù Om là tia phân giác của $\widehat{xOz}$ On là tia phân giác của $\widehat{zOy}$
KL	$\widehat{mOn} = 90^{o}$



Hình 35

Chứng minh

$\widehat{mOz} = \frac{1}{2}\widehat{xOz}$ (1) (vì Om là tia phân giác của $\widehat{xOz}$)

$\widehat{zOn} = \frac{1}{2}\widehat{zOy}$ (2) (vì On là tia phân giác của $\widehat{zOy}$).

Từ đó, từ (1) và (2) ta có :

$$\widehat{mOz} + \widehat{zOn} = \frac{1}{2} \cdot \left(\widehat{xOz} + \widehat{zOy}\right). \qquad (3)$$

Vì tia Oz nằm giữa hai tia Om, On và vì $\widehat{xOz}$ và $\widehat{zOy}$ kề bù (theo giả thiết), nên từ (3) ta có :

$$\widehat{mOn} = \frac{1}{2} \times 180^\circ$$

hay $$\widehat{mOn} = 90^\circ.$$

Bài tập

49. Hãy chỉ ra giả thiết và kết luận của các định lí sau :

a) Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng sao cho có một cặp góc so le trong bằng nhau thì hai đường thẳng đó song song.

b) Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì hai góc so le trong bằng nhau.

50. a) Hãy viết kết luận của định lí sau bằng cách điền vào chỗ trống (..) :

Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì

b) Vẽ hình minh hoạ định lí đó và viết giả thiết, kết luận bằng kí hiệu.

Luyện tập

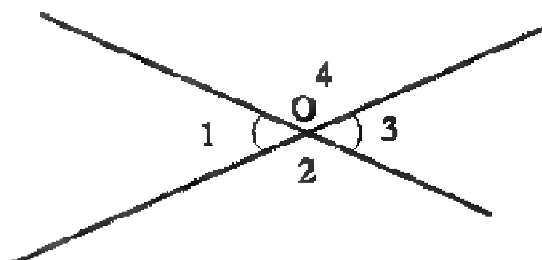
51. a) Hãy viết định lí nói về một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song.

b) Vẽ hình minh hoạ định lí đó và viết giả thiết, kết luận bằng kí hiệu.

52. Xem hình 36, hãy điền vào chỗ trống (...) để chứng minh định lí . "Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau".

GT : ...

KL : ...



Hình 36

CÁC KHẲNG ĐỊNH		CĂN CỨ CỦA KHẲNG ĐỊNH
1	$\widehat{O}_1 + \widehat{O}_2 = 180^\circ$	Vì ...
2	$\widehat{O}_3 + \widehat{O}_2 = ...$	Vì . .
3	$\widehat{O}_1 + \widehat{O}_2 = \widehat{O}_2 + \widehat{O}_3$	Căn cứ vào .
4	$\widehat{O}_1 = \widehat{O}_3$	Căn cứ vào .

Tương tự, hãy chứng minh $\widehat{O}_2 = \widehat{O}_4$

53. Cho định lí : "Nếu hai đường thẳng xx', yy' cắt nhau tại O và góc xOy vuông thì các góc yOx', x'Oy', y'Ox đều là góc vuông".

a) Hãy vẽ hình.

b) Viết giả thiết và kết luận của định lí.

c) Điền vào chỗ trống (...) trong các câu sau :

1) $\widehat{xOy} + \widehat{x'Oy} = 180^\circ$ (vì ...).

2) $90^\circ + \widehat{x'Oy} = 180^\circ$ (theo giả thiết và căn cứ vào ...).

3) $\widehat{x'Oy} = 90^\circ$ (căn cứ vào ...).

4) $\widehat{x'Oy'} = \widehat{xOy}$ (vì ...).

5) $\widehat{x'Oy'} = 90^\circ$ (căn cứ vào ...).

6) $\widehat{y'Ox} = \widehat{x'Oy}$ (vì ...).

7) $\widehat{y'Ox} = 90^\circ$ (căn cứ vào ...).

d) Hãy trình bày lại chứng minh một cách gọn hơn.

Ôn tập chương I

Câu hỏi ôn tập

1. Phát biểu định nghĩa hai góc đối đỉnh.

2. Phát biểu định lí về hai góc đối đỉnh.

3. Phát biểu định nghĩa hai đường thẳng vuông góc

4. Phát biểu định nghĩa đường trung trực của một đoạn thẳng.

5. Phát biểu dấu hiệu (định lí) nhận biết hai đường thẳng song song.

6. Phát biểu tiên đề Ơ clit về đường thẳng song song.

7. Phát biểu tính chất (định lí) của hai đường thẳng song song

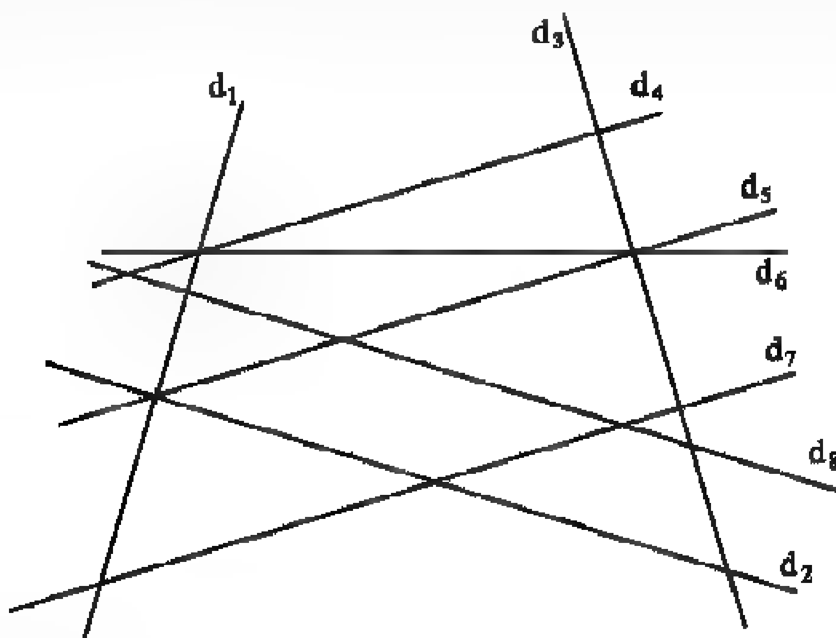
8. Phát biểu định lí về hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba

9. Phát biểu định lí về hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba.

10. Phát biểu định lí về một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song.

Bài tập

54. Trong hình 37 có năm cặp đường thẳng vuông góc và bốn cặp đường thẳng song song. Hãy quan sát rồi viết tên các cặp đường thẳng đó và kiểm tra lại bằng êke.

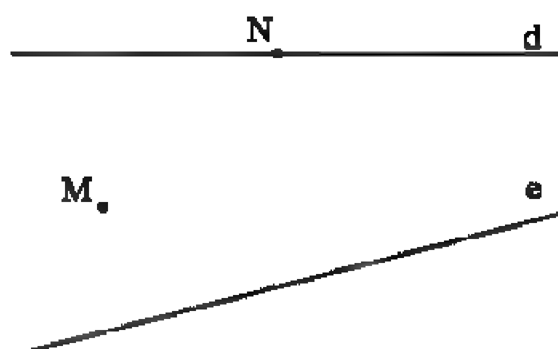


Hình 37

55. Vẽ lại hình 38 rồi vẽ thêm :

a) Các đường thẳng vuông góc với d đi qua M, đi qua N.

b) Các đường thẳng song song với e đi qua M, đi qua N.

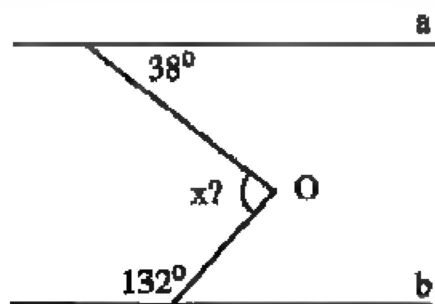


Hình 38

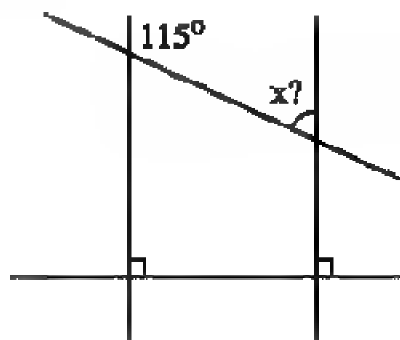
56. Cho đoạn thẳng AB dài 28mm. Hãy vẽ đường trung trực của đoạn thẳng ấy.

57. Cho hình 39 (a // b), hãy tính số đo x của góc O.

Hướng dẫn : Vẽ đường thẳng song song với a đi qua điểm O.



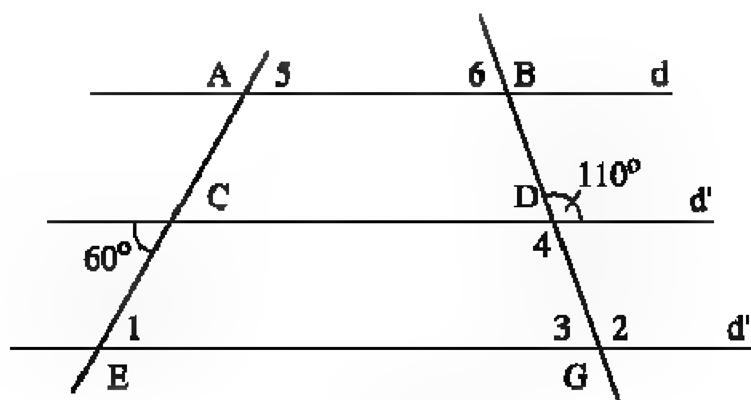
Hình 39



Hình 40

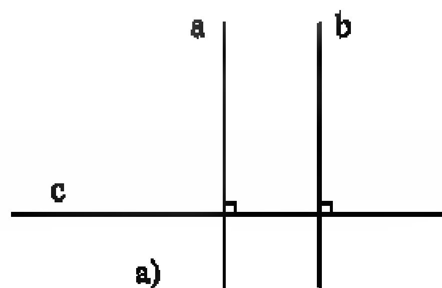
58. Tính số đo x trong hình 40. Hãy giải thích vì sao tính được như vậy ?

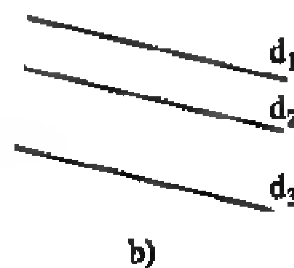
59. Hình 41 cho biết d // d' // d" và hai góc 60°, 110°. Tính các góc $\widehat{E}_1$, $\widehat{G}_2$, $\widehat{G}_3$, $\widehat{D}_4$, $\widehat{A}_5$, $\widehat{B}_6$.



Hình 41

60. Hãy phát biểu các định lí được diễn tả bằng các hình vẽ sau, rồi viết giả thiết, kết luận của từng định lí (xem §5).





Hình 42

NHÀ TOÁN HỌC PY-TA-GO

Từ hơn năm trăm năm trước Công nguyên, đã có một trường học nhận cả phụ nữ vào học. Nhà toán học Hi Lạp Py-ta-go (Pythagoras) đã mở một trường học như vậy.

Py-ta-go sinh trưởng trong một gia đình quý tộc ở đảo Xa-mốt, một đảo giàu có ở ven biển Ê-giê thuộc Địa Trung Hải.

Mới 16 tuổi cậu bé Py-ta-go đã nổi tiếng về trí thông minh khác thường. Cậu theo học nhà toán học nổi tiếng Ta-let, và chính Ta-let cũng phải kinh ngạc về tài năng của cậu.



Py-ta-go
(khoảng 570 – 500 trước Công nguyên)

Để tìm hiểu nền khoa học của các dân tộc, Py-ta-go đã dành nhiều năm đến Ấn Độ, Ba-bi-lon, Ai Cập và đã trở nên uyên bác trong hầu hết các lĩnh vực quan trọng : số học, hình học, thiên văn, địa lí, âm nhạc, y học, triết học.

Py-ta-go đã chứng minh được tổng ba góc của một tam giác bằng 180° (xem §1), đã chứng minh hệ thức giữa độ dài các cạnh của tam giác vuông (định lí Py-ta-go, xem §7).

Py-ta-go cũng để lại nhiều câu châm ngôn hay. Một trong các câu châm ngôn đó là : "Hoa quả của đất chỉ nở một hai lần trong năm, còn hoa quả của tình bạn thì nở suốt bốn mùa".

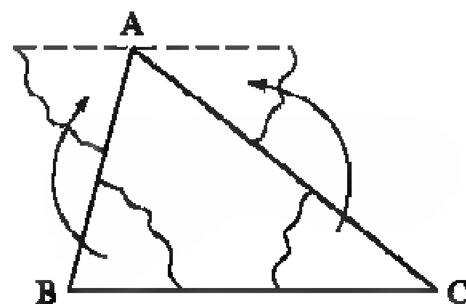
§1. Tổng ba góc của một tam giác

Hai tam giác có thể khác nhau về kích thước và hình dạng, nhưng tổng ba góc của tam giác này luôn bằng tổng ba góc của tam giác kia

1. Tổng ba góc của một tam giác

?1 *Vẽ hai tam giác bất kì, dùng thước đo góc đo ba góc của mỗi tam giác rồi tính tổng số đo ba góc của mỗi tam giác.*
Có nhận xét gì về các kết quả trên ?

?2 **Thực hành :** *Cắt một tấm bìa hình tam giác ABC. Cắt rời góc B ra rồi đặt nó kề với góc A, cắt rời góc C ra rồi đặt nó kề với góc A như hình 43. Hãy nêu dự đoán về tổng các góc A, B, C của tam giác ABC.*

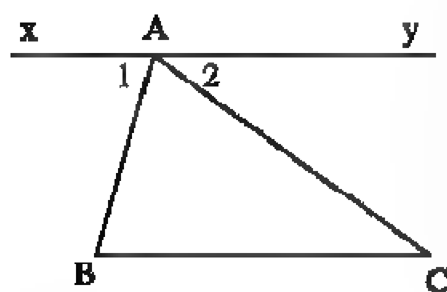


Hình 43

• Ta có định lí sau :

> *Tổng ba góc của một tam giác bằng* 180°.

GT	ΔABC
KL	$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$



Hình 44

Chứng minh : Qua A kẻ đường thẳng xy song song với BC (h.44).

xy // BC $\Rightarrow \hat{B} = \hat{A}_1$ (1) (hai góc so le trong).

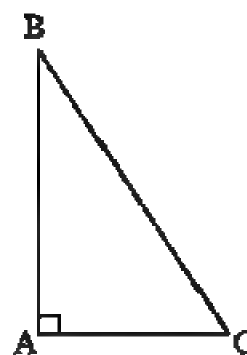
xy // BC $\Rightarrow \hat{C} = \hat{A}_2$ (2) (hai góc so le trong).

Từ (1) và (2) suy ra :

$$\widehat{BAC} + \hat{B} + \hat{C} = \widehat{BAC} + \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 180^\circ.$$

Lưu ý : Để cho gọn, ta gọi tổng số đo hai góc là tổng hai góc. Cũng như vậy đối với hiệu hai góc.

2. Áp dụng vào tam giác vuông



Hình 45

Định nghĩa : *Tam giác vuông là tam giác có một góc vuông.*

Trên hình 45, tam giác ABC có $\widehat{A} = 90^{\circ}$. Ta nói tam giác ABC vuông tại A, AB và AC gọi là các *cạnh góc vuông*, BC gọi là *cạnh huyền*.

?3 *Cho tam giác* ABC *vuông tại* A. *Tính tổng* $\widehat{B} + \widehat{C}$.

• Ta có định lí :

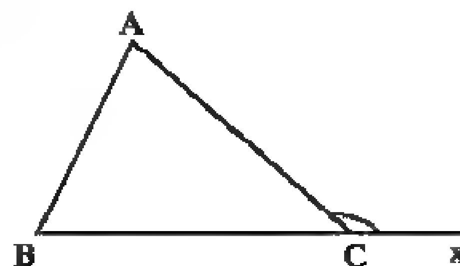
Trong một tam giác vuông, hai góc nhọn phụ nhau.

$\Delta ABC,\ \widehat{A} = 90^{\circ} \Rightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = 90^{\circ}$ (h 45)

3. Góc ngoài của tam giác

Định nghĩa : *Góc ngoài của một tam giác là góc kề bù với một góc của tam giác ấy.*

Trên hình 46, góc ACx là góc ngoài tại đỉnh C của tam giác ABC. Khi đó, các góc A, B, C của tam giác ABC còn gọi là *góc trong*.



Hình 46

?4 *Hãy điền vào các chỗ trống (...) rồi so sánh* $\widehat{ACx}$ *với* $\widehat{A} + \widehat{B}$:

Tổng ba góc của tam giác ABC *bằng* 180° *nên* $\widehat{A} + \widehat{B} = 180^{\circ} - ...$

Góc ACx *là góc ngoài của tam giác* ABC *nên* $\widehat{ACx} = 180^{\circ} - ..$

• Ta có định lí về tính chất góc ngoài của tam giác :

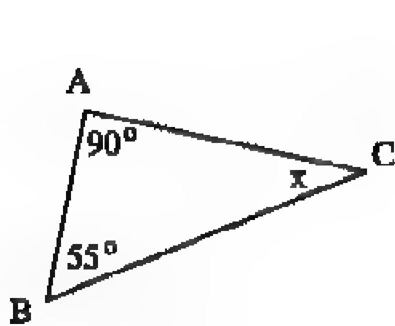
Mỗi góc ngoài của một tam giác bằng tổng của hai góc trong không kề với nó.

Nhận xét : *Góc ngoài của tam giác lớn hơn mỗi góc trong không kề với nó.*

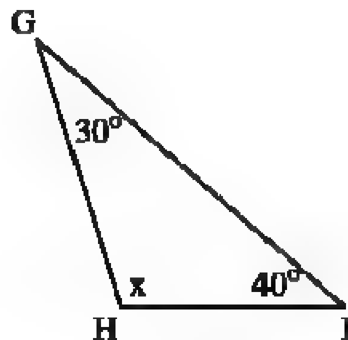
$$\widehat{ACx} > \widehat{A}, \qquad \widehat{ACx} > \widehat{B} \quad \text{(h.46)}.$$

Bài tập

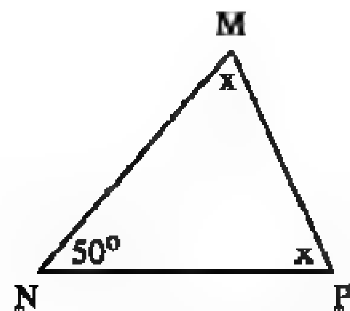
1. Tính các số đo x và y ở các hình 47, 48, 49, 50, 51 :



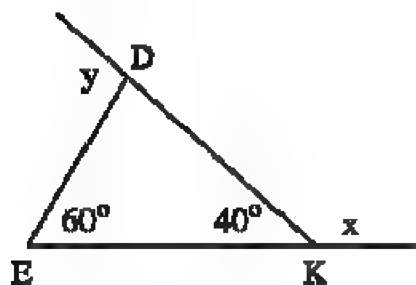
Hình 47



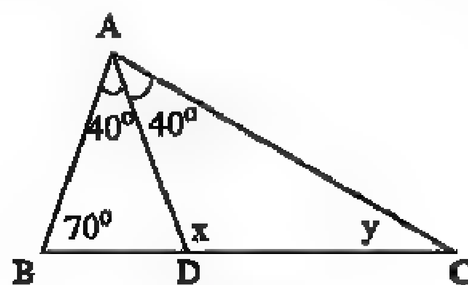
Hình 48



Hình 49



Hình 50



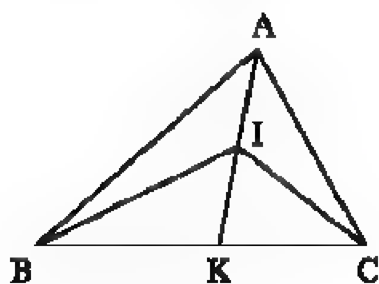
Hình 51

2. Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = 80^\circ$, $\widehat{C} = 30^\circ$. Tia phân giác của góc A cắt BC ở D. Tính $\widehat{ADC}$, $\widehat{ADB}$.

3. Cho hình 52. Hãy so sánh :

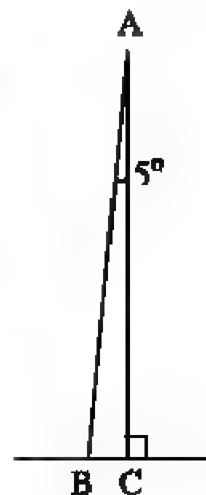
a) $\widehat{BIK}$ và $\widehat{BAK}$.

b) $\widehat{BIC}$ và $\widehat{BAC}$.



Hình 52

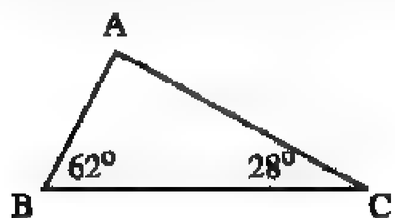


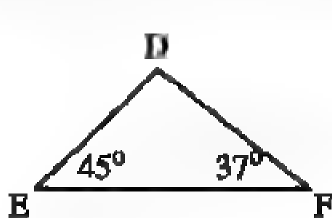


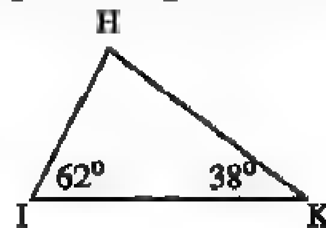
Hình 53

4. *Đố:* Tháp nghiêng Pi-da ở I ta li a nghiêng 5° so với phương thẳng đứng (h.53). Tính số đo của góc ABC trên hình vẽ.

5. Ta gọi tam giác có ba góc nhọn là *tam giác nhọn*, tam giác có một góc tù là *tam giác tù*. Gọi tên tam giác nhọn, tam giác tù, tam giác vuông trên hình 54.

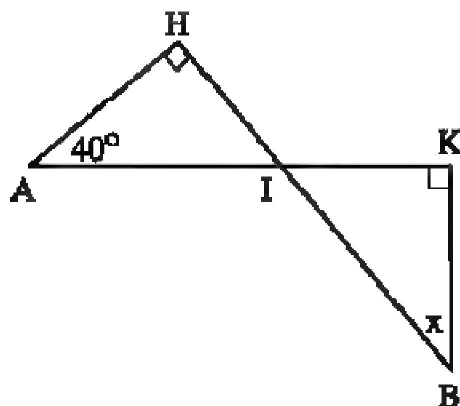




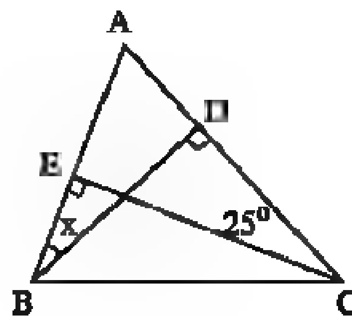


Hình 54

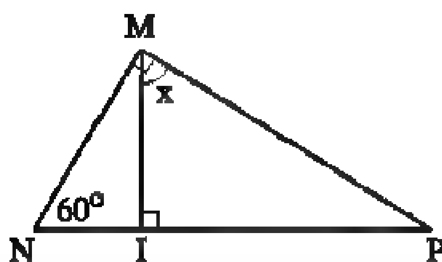
6. Tìm số đo x ở các hình 55, 56, 57, 58



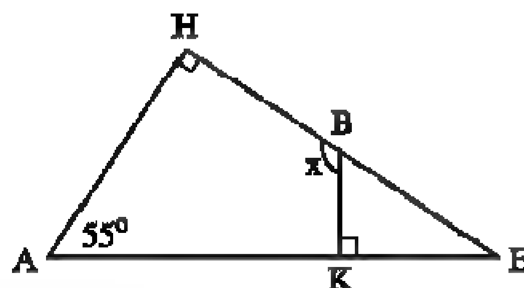
Hình 55



Hình 56



Hình 57



Hình 58

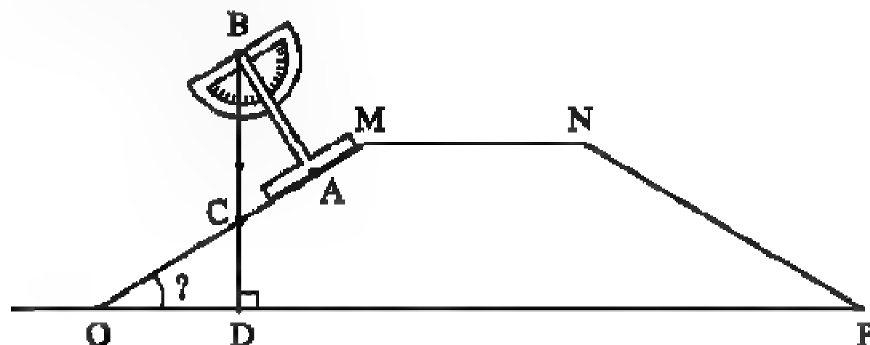
7. Cho tam giác ABC vuông tại A. Kẻ AH vuông góc với BC (H $\in$ BC).

a) Tìm các cặp góc phụ nhau trong hình vẽ.

b) Tìm các cặp góc nhọn bằng nhau trong hình vẽ.

8. Cho tam giác ABC có $\hat{B}$ $\hat{C}$ 40^o. Gọi Ax là tia phân giác của góc ngoài ở đỉnh A. Hãy chứng tỏ rằng Ax // BC.

9. Hình 59 biểu diễn mặt cắt ngang của một con đê. Để đo góc nhọn MOP tạo bởi mặt nghiêng của con đê với phương nằm ngang, người ta dùng thước chữ T và đặt như hình vẽ ($OA \perp AB$) Tính góc MOP, biết rằng dây dọi BC tạo với trục BA một góc $\widehat{ABC} = 32^o$



Hình 59

§2. Hai tam giác bằng nhau

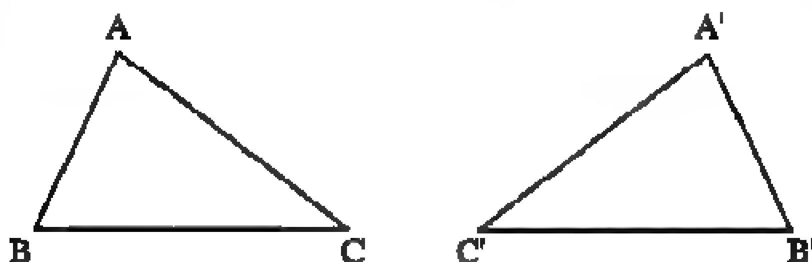
Ta đã biết sự bằng nhau của hai đoạn thẳng, sự bằng nhau của hai góc. Còn đối với tam giác ?

1. Định nghĩa

?1 *Cho hai tam giác* ABC *và* A'B'C' (h.60).

Hãy dùng thước chia khoảng và thước đo góc để kiểm nghiệm rằng trên hình đó ta có :

$AB = A'B', \quad AC = A'C', \quad BC = B'C', \quad \widehat{A} = \widehat{A'}, \ \widehat{B} = \widehat{B'}, \ \widehat{C} = \widehat{C'}.$



Hình 60

Hai tam giác ABC và A'B'C' như trên được gọi là *hai tam giác bằng nhau*.

Hai đỉnh A và A' (B và B', C và C') gọi là *hai đỉnh tương ứng*.

Hai góc A và A' (B và B', C và C') gọi là *hai góc tương ứng*.

Hai cạnh AB và A'B' (AC và A'C', BC và B'C') gọi là *hai cạnh tương ứng*.

Định nghĩa :

Hai tam giác bằng nhau là hai tam giác có các cạnh tương ứng bằng nhau, các góc tương ứng bằng nhau.

2. Kí hiệu

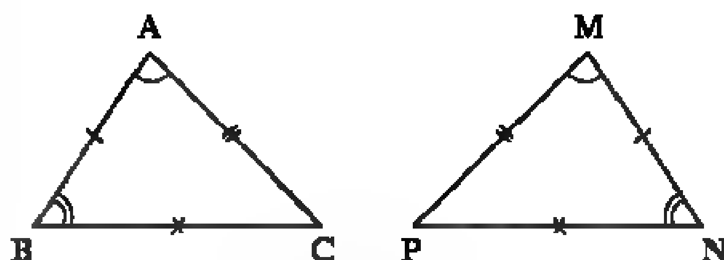
Để kí hiệu sự bằng nhau của tam giác ABC và tam giác A'B'C' ta viết $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$

Người ta quy ước rằng khi kí hiệu sư bằng nhau của hai tam giác, các chữ cái chỉ tên các đỉnh tương ứng được viết theo cùng thứ tự.

$$\Delta ABC = \Delta A'B'C' \text{ nếu } \begin{cases} AB = A'B', \quad AC = A'C', \quad BC = B'C' \\ \widehat{A} = \widehat{A'}, \quad \widehat{B} = \widehat{B'}, \quad \widehat{C} = \widehat{C'}. \end{cases}$$

?2 *Cho hình 61.*

a) Hai tam giác ABC *và* MNP *có bằng nhau hay không (các cạnh hoặc các góc bằng nhau được đánh dấu bởi những kí hiệu giống nhau) ? Nếu có, hãy viết kí hiệu về sự bằng nhau của hai tam giác đó.*



Hình 61

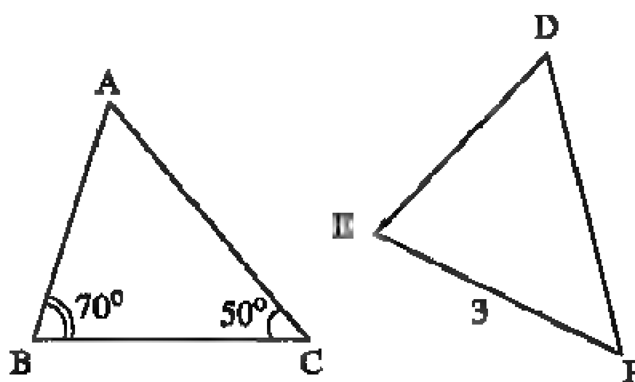
b) Hãy tìm :

Đỉnh tương ứng với đỉnh A, *góc tương ứng với góc* N, *cạnh tương ứng với cạnh* AC.

c) Điền vào chỗ trống (...) . ΔACB = ..., AC = ..., $\widehat{B}$ = ...

?3 *Cho* ΔABC = ΔDEF *(h.62).*

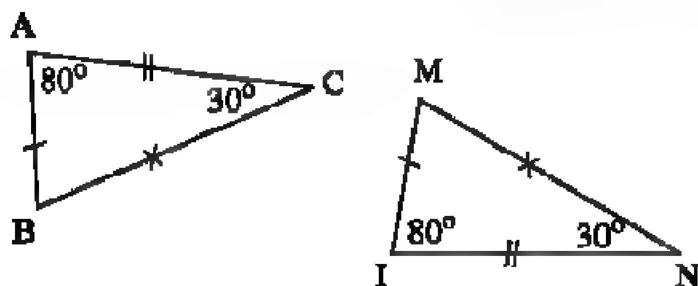
Tìm số đo góc D *và độ dài cạnh* BC.



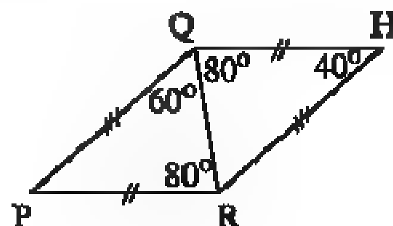
Hình 62

Bài tập

10. Tìm trong các hình 63, 64 các tam giác bằng nhau (các cạnh bằng nhau được đánh dấu bởi những kí hiệu giống nhau). Kể tên các đỉnh tương ứng của các tam giác bằng nhau đó. Viết kí hiệu về sự bằng nhau của các tam giác đó.



Hình 63



Hình 64

11. Cho $\Delta ABC = \Delta HIK$.

a) Tìm cạnh tương ứng với cạnh BC. Tìm góc tương ứng với góc H.

b) Tìm các cạnh bằng nhau, tìm các góc bằng nhau.

Luyện tập

12. Cho $\Delta ABC = \Delta HIK$ trong đó AB = 2cm, $\widehat{B} = 40^\circ$, BC = 4cm. Em có thể suy ra số đo của những cạnh nào, những góc nào của tam giác HIK ?

13. Cho $\Delta ABC = \Delta DEF$. Tính chu vi mỗi tam giác nói trên biết rằng AB = 4cm, BC = 6cm, DF = 5cm (chu vi của một tam giác là tổng độ dài ba cạnh của tam giác đó)

14. Cho hai tam giác bằng nhau : tam giác ABC (không có hai góc nào bằng nhau, không có hai cạnh nào bằng nhau) và một tam giác có ba đỉnh là H, I, K. Viết kí hiệu về sự bằng nhau của hai tam giác đó biết rằng : AB = KI, $\widehat{B} = \widehat{K}$.

§3. Trường hợp bằng nhau thứ nhất của tam giác cạnh - cạnh - cạnh (c.c.c)

Không cần xét góc cũng nhận biết được hai tam giác bằng nhau

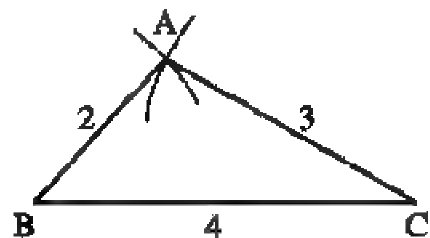
1. Vẽ tam giác biết ba cạnh

Bài toán : Vẽ tam giác ABC, biết AB = 2cm, BC = 4cm, AC = 3cm.

Giải : (h.65)

– Vẽ đoạn thẳng BC = 4cm.

– Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ BC, vẽ cung tròn tâm B bán kính 2cm và cung tròn tâm C bán kính 3cm.



Hình 65

Hai cung tròn trên cắt nhau tại A.

Vẽ các đoạn thẳng AB, AC, ta được tam giác ABC.

2. Trường hợp bằng nhau cạnh - cạnh - cạnh

?1 *Vẽ thêm tam giác* A'B'C' *có :*

$$A'B' = 2cm, \quad B'C' = 4cm, \quad A'C' = 3cm.$$

Hãy đo rồi so sánh các góc tương ứng của tam giác ABC *ở mục* 1 *và tam giác* A'B'C'. *Có nhận xét gì về hai tam giác trên ?*

Ta thừa nhận tính chất cơ bản sau :

Nếu ba cạnh của tam giác này bằng ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

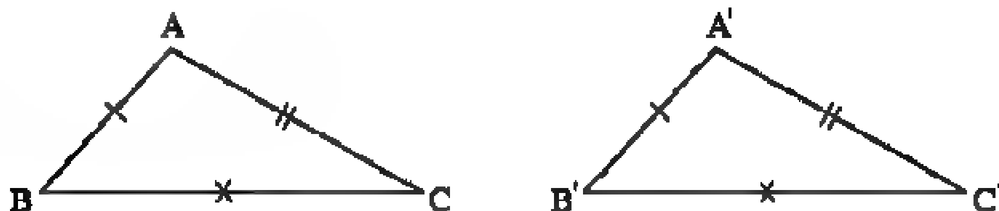
Nếu ΔABC và ΔA'B'C' có :

AB = A'B'

AC = A'C'

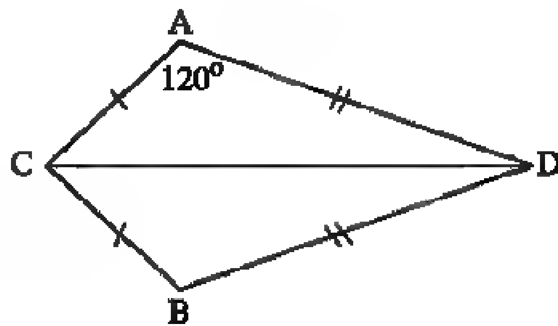
BC = B'C'

thì ΔABC = ΔA'B'C' (h.66).



Hình 66

?2 *Tìm số đo của góc* B *trên hình 67.*



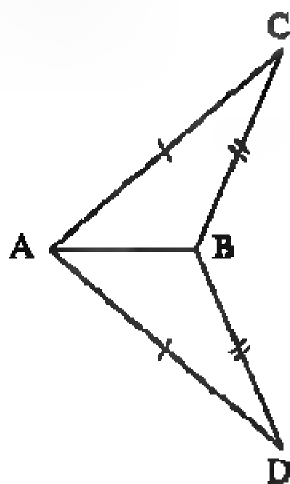
Hình 67

Bài tập

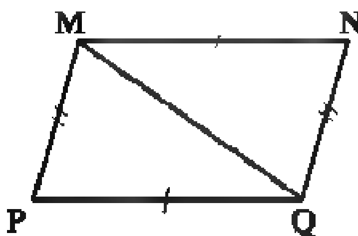
15. Vẽ tam giác MNP biết MN = 2,5cm, NP = 3cm, PM = 5cm.

16. Vẽ tam giác ABC biết độ dài mỗi cạnh bằng 3cm. Sau đó đo mỗi góc của tam giác.

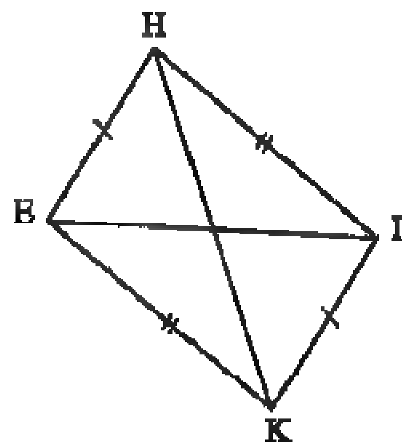
17. Trên mỗi hình 68, 69, 70 có các tam giác nào bằng nhau ? Vì sao ?



Hình 68



Hình 69



Hình 70

Luyện tập 1

18. Xét bài toán : "ΔAMB và ΔANB có MA   MB, NA   NB (h.71). Chứng minh rằng $\widehat{AMN} = \widehat{BMN}$ "

1) Hãy ghi giả thiết và kết luận của bài toán

2) Hãy sắp xếp bốn câu sau đây một cách hợp lí để giải bài toán trên :

a) Do đó ΔAMN = ΔBMN (c.c.c)

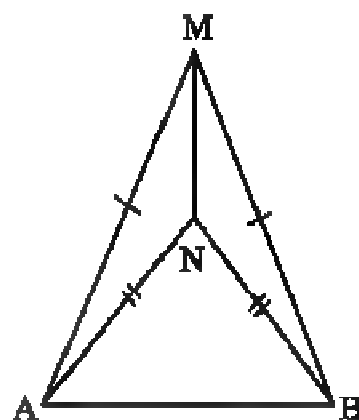
b) MN : cạnh chung.

MA = MB (giả thiết)

NA = NB (giả thiết)

c) Suy ra $\widehat{AMN} = \widehat{BMN}$ (hai góc tương ứng)

d) ΔAMN và ΔBMN có .

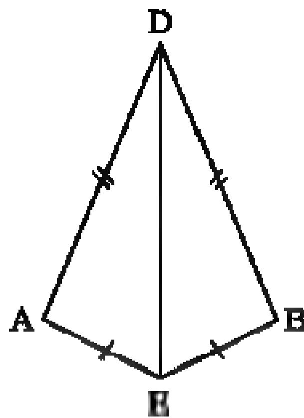


Hình 71

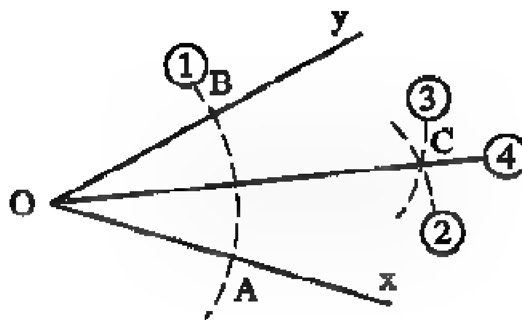
19. Cho hình 72. Chứng minh rằng :

a) ΔADE = ΔBDE ;

b) $\widehat{DAE} = \widehat{DBE}$.



Hình 72



Hình 73

20. Cho góc xOy (h.73). Vẽ cung tròn tâm O, cung này cắt Ox, Oy theo thứ tự ở A, B (①). Vẽ các cung tròn tâm A và tâm B có cùng bán kính sao cho chúng cắt nhau ở điểm C nằm trong góc xOy (②, ③) Nối O với C (④). Chứng minh rằng OC là tia phân giác của góc xOy.

▶ ***Chú ý :** Bài toán trên cho ta cách dùng thước và compa để vẽ tia phân giác của một góc.*

21. Cho tam giác ABC. Dùng thước và compa, vẽ các tia phân giác của các góc A, B, C.

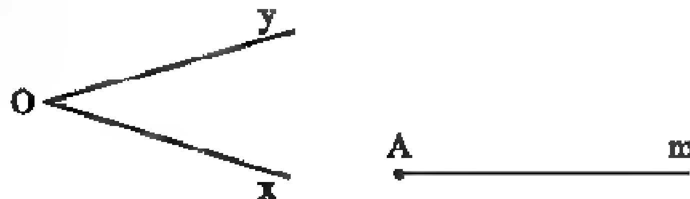
Luyện tập 2

22. Cho góc xOy và tia Am (h.74a).

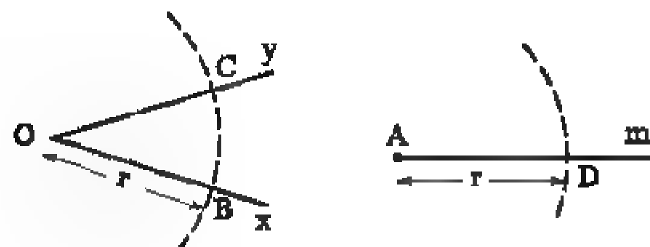
Vẽ cung tròn tâm O bán kính r, cung này cắt Ox, Oy theo thứ tự ở B, C. Vẽ cung tròn tâm A bán kính r, cung này cắt tia Am ở D (h.74b).

Vẽ cung tròn tâm D có bán kính bằng BC, cung này cắt cung tròn tâm A bán kính r ở E (h.74c).

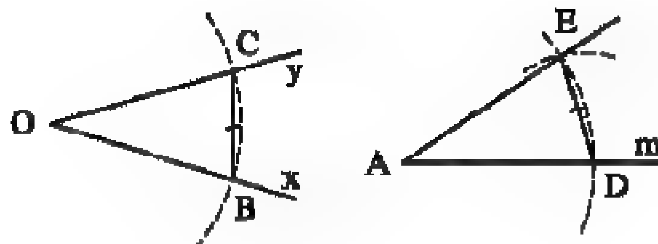
Chứng minh rằng $\widehat{DAE} = \widehat{xOy}$.



Hình 74a



Hình 74b



Hình 74c

▶ ***Chú ý :*** *Bài toán này cho ta cách dùng thước và compa để vẽ một góc bằng một góc cho trước.*

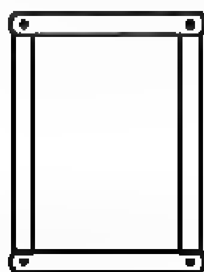
23. Cho đoạn thẳng AB dài 4cm. Vẽ đường tròn tâm A bán kính 2cm và đường tròn tâm B bán kính 3cm, chúng cắt nhau ở C và D. Chứng minh rằng AB là tia phân giác của góc CAD.



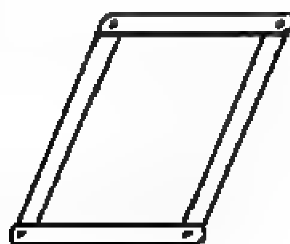
Có thể em chưa biết

Khi độ dài ba cạnh của một tam giác đã xác định thì hình dạng và kích thước của tam giác đó cũng hoàn toàn xác định. Tính chất đó của hình tam giác được ứng dụng nhiều trong thực tế.

Hình 75 minh hoạ một khung gồm bốn thanh gỗ (tre, sắt...) khớp với nhau ở đầu của mỗi thanh, khung này dễ thay đổi hình dạng (h 75a và h 75b). Nhưng nếu đóng thêm một thanh chéo (h.76) thì hình dạng của khung sẽ không thay đổi.

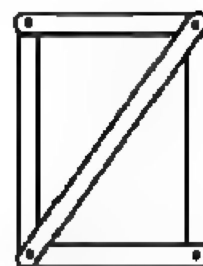


a)



b)

Hình 75



Hình 76

Chính vì thế trong các công trình xây dựng, các thanh sắt thường được ghép, tạo với nhau thành các tam giác, chẳng hạn trên hình 77.



Hình 77

§4. Trường hợp bằng nhau thứ hai của tam giác cạnh - góc - cạnh (c.g.c)

Chỉ cần xét hai cạnh và góc xen giữa
cũng nhận biết được hai tam giác bằng nhau

1. Vẽ tam giác biết hai cạnh và góc xen giữa

Bài toán : Vẽ tam giác ABC biết AB = 2cm, BC = 3cm, $\hat{B} = 70^\circ$

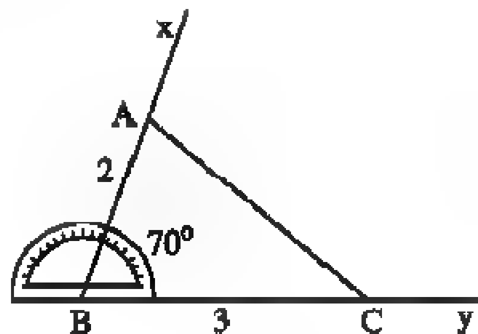
Giải : (h.78)

– Vẽ góc $\widehat{xBy} = 70^\circ$.

– Trên tia Bx lấy điểm A sao cho BA = 2cm.

– Trên tia By lấy điểm C sao cho BC = 3cm

– Vẽ đoạn thẳng AC, ta được tam giác ABC.



Hình 78

Lưu ý : Ta gọi góc B là góc xen giữa hai cạnh AB và BC Khi nói hai cạnh và góc xen giữa, ta hiểu góc này là góc ở vị trí xen giữa hai cạnh đó.

2. Trường hợp bằng nhau cạnh - góc - cạnh

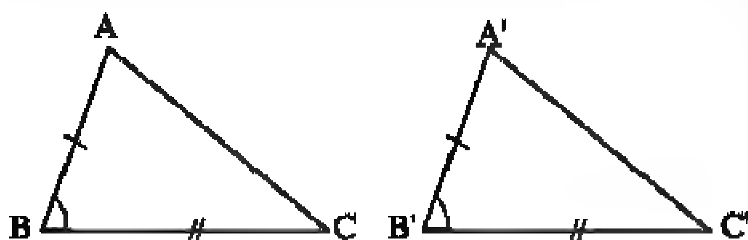
?1 *Vẽ thêm tam giác* A'B'C' *có :*

$$A'B' = 2cm,\ \hat{B}' = 70^\circ,\ B'C' = 3cm.$$

Hãy đo để kiểm nghiệm rằng AC = A'C'. *Ta có thể kết luận được tam giác* ABC *bằng tam giác* A'B'C' *hay không ?*

Ta thừa nhận tính chất cơ bản sau :

> *Nếu hai cạnh và góc xen giữa của tam giác này bằng hai cạnh và góc xen giữa của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.*



Hình 79

Nếu ΔABC và ΔA'B'C' có :

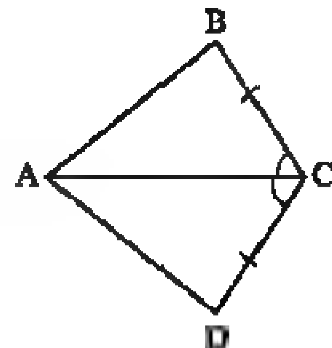
AB = A'B'

$\hat{B} = \hat{B}'$

BC = B'C'

thì ΔABC = ΔA'B'C' (h.79).

?2 *Hai tam giác trên hình 80 có bằng nhau không ? Vì sao ?*

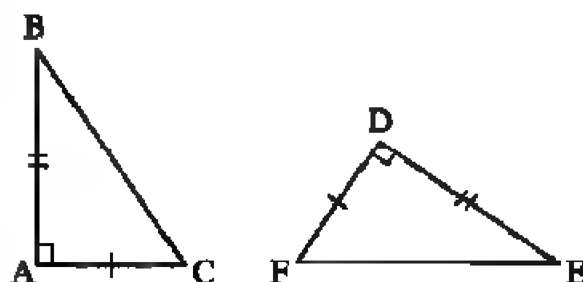


Hình 80

3. Hệ quả

(Hệ quả cũng là một định lí, nó được suy ra trực tiếp từ một định lí hoặc một tính chất được thừa nhận).

?3 *Nhìn hình 81 và áp dụng trường hợp bằng nhau cạnh - góc - cạnh, hãy phát biểu một trường hợp bằng nhau của hai tam giác vuông.*



Hình 81

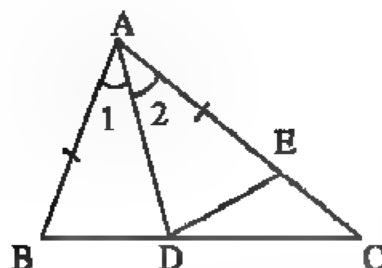
• Ta có *hệ quả* :

Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này lần lượt bằng hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.

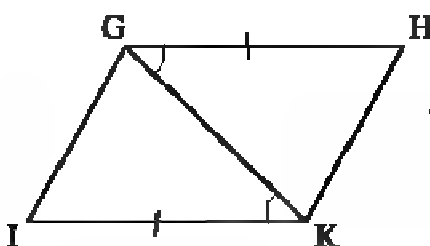
Bài tập

24. Vẽ tam giác ABC biết $\widehat{A}$ 90^o, AB – AC – 3cm. Sau đó đo các góc B và C.

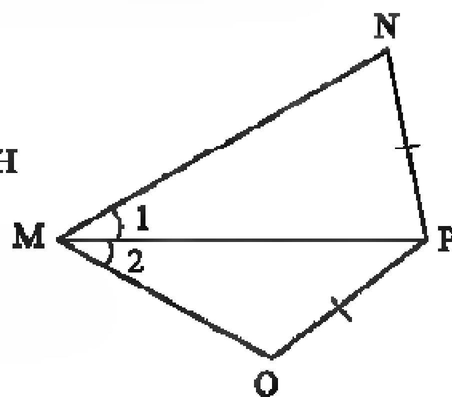
25. Trên mỗi hình 82, 83, 84 có các tam giác nào bằng nhau ? Vì sao ?



Hình 82



Hình 83

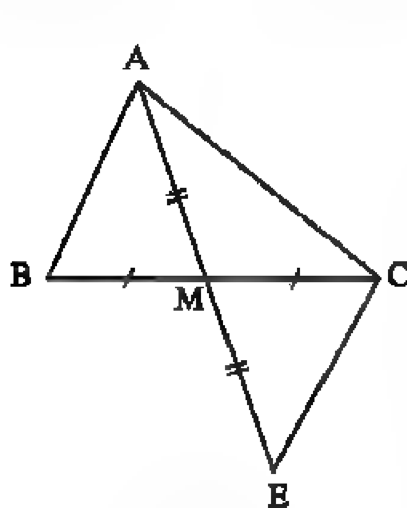


Hình 84

26. Xét bài toán :

"Cho tam giác ABC, M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MA lấy điểm E sao cho ME – MA. Chứng minh rằng AB // CE".

Dưới đây là hình vẽ và giả thiết, kết luận của bài toán (h.85) :



Hình 85

GT	ΔABC $MB = MC$ $MA = ME$
KL	$AB \parallel CE$

Hãy sắp xếp lại năm câu sau đây một cách hợp lí để giải bài toán trên :

1) $MB = MC$ (giả thiết)

$\widehat{AMB} = \widehat{EMC}$ (hai góc đối đỉnh)

$MA = ME$ (giả thiết)

2) Do đó $\Delta AMB = \Delta EMC$ (c.g.c).

3) $\widehat{MAB} = \widehat{MEC} \Rightarrow AB \parallel CE$ (có hai góc bằng nhau ở vị trí so le trong).

4) $\Delta AMB = \Delta EMC \Rightarrow \widehat{MAB} = \widehat{MEC}$ (hai góc tương ứng).

5) ΔAMB và ΔEMC có :

Lưu ý : Để cho gọn, các quan hệ nằm giữa, thẳng hàng (như M nằm giữa B và C, E thuộc tia đối của tia MA) đã được thể hiện ở hình vẽ nên có thể không ghi ở phần giả thiết.

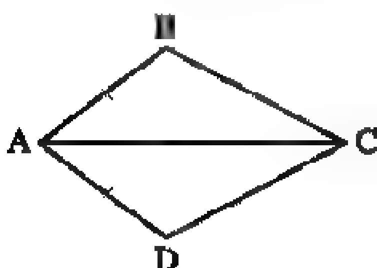
Luyện tập 1

27. Nêu thêm một điều kiện để hai tam giác trong mỗi hình vẽ dưới đây là hai tam giác bằng nhau theo trường hợp cạnh – góc – cạnh :

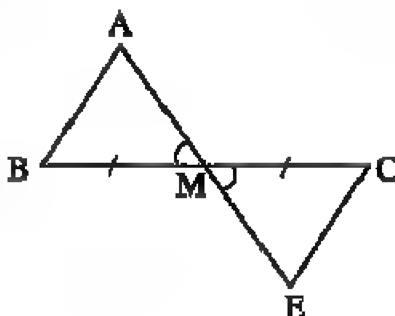
a) $\Delta ABC = \Delta ADC$ (h.86) ;

b) $\Delta AMB = \Delta EMC$ (h.87) ;

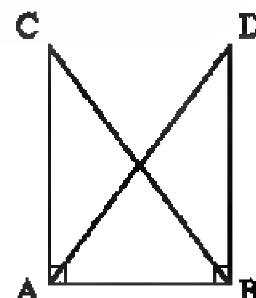
c) $\Delta CAB = \Delta DBA$ (h.88).



Hình 86

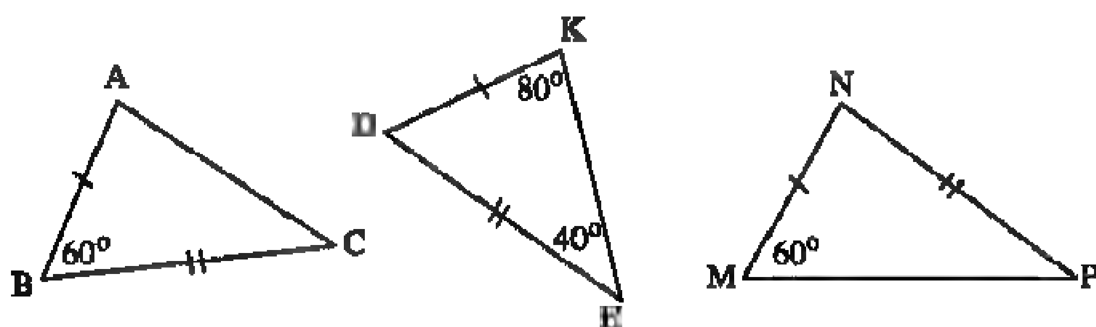


Hình 87



Hình 88

28. Trên hình 89 có các tam giác nào bằng nhau ?



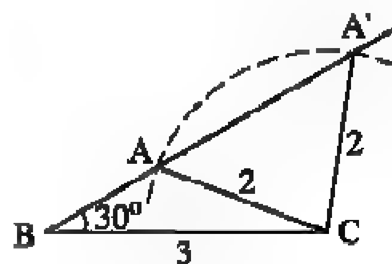
Hình 89

29. Cho góc xAy. Lấy điểm B trên tia Ax, điểm D trên tia Ay sao cho AB = AD. Trên tia Bx lấy điểm E, trên tia Dy lấy điểm C sao cho BE = DC. Chứng minh rằng ΔABC = ΔADE.

Luyện tập 2

30. Trên hình 90, các tam giác ABC và A'BC có cạnh chung BC = 3cm, CA = CA' = 2cm, $\widehat{ABC} = \widehat{A'BC} = 30^{\circ}$ nhưng hai tam giác đó không bằng nhau.

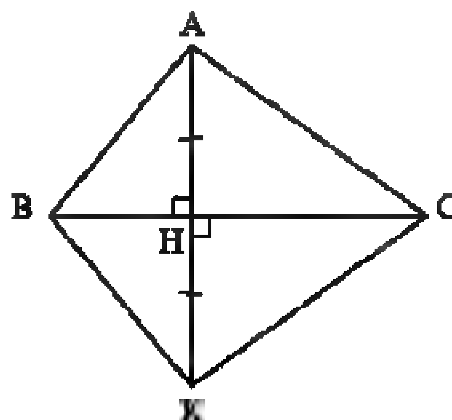
Tại sao ở đây không thể áp dụng trường hợp cạnh - góc - cạnh để kết luận ΔABC = ΔA'BC ?



Hình 90

31. Cho đoạn thẳng AB, điểm M nằm trên đường trung trực của AB. So sánh độ dài các đoạn thẳng MA và MB.

32. Tìm các tia phân giác trên hình 91. Hãy chứng minh điều đó.



Hình 91

§5. Trường hợp bằng nhau thứ ba của tam giác góc - cạnh - góc (g.c.g)

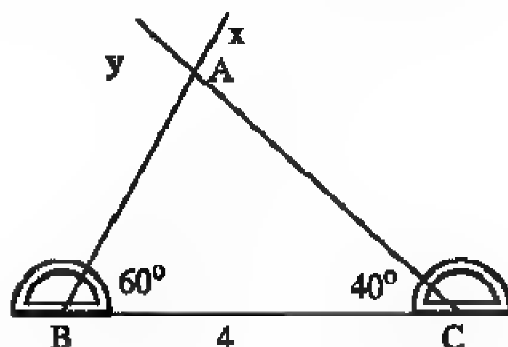
Thêm một cách nữa để nhận biết hai tam giác bằng nhau

1. Vẽ tam giác biết một cạnh và hai góc kề

Bài toán : Vẽ tam giác ABC biết BC = 4cm, $\hat{B} = 60^\circ$, $\hat{C} = 40^\circ$

Giải (h.92)

– Vẽ đoạn thẳng BC = 4cm.



Hình 92

Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ BC, vẽ các tia Bx và Cy sao cho $\widehat{CBx} = 60^\circ$, $\widehat{BCy} = 40^\circ$.

Hai tia trên cắt nhau tại A, ta được tam giác ABC.

Lưu ý : Ta gọi góc B và góc C là hai góc kề cạnh BC. Khi nói một cạnh và hai góc kề, ta hiểu hai góc này là hai góc ở vị trí kề cạnh đó.

2. Trường hợp bằng nhau góc - cạnh - góc

?1 *Vẽ thêm tam giác* A'B'C' *có :* B'C' = 4cm, $\hat{B}' = 60^\circ$, $\hat{C}' = 40^\circ$.

Hãy đo để kiểm nghiệm rằng AB = A'B'. *Vì sao ta kết luận được* ΔABC = ΔA'B'C' ?

• Ta thừa nhận tính chất cơ bản sau :

> *Nếu một cạnh và hai góc kề của tam giác này bằng một cạnh và hai góc kề của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.*

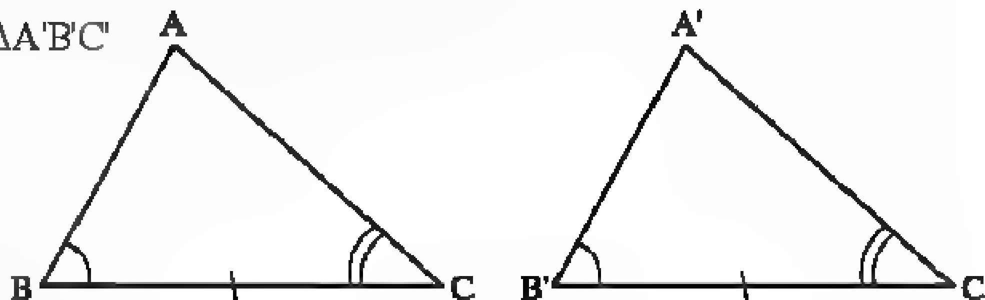
Nếu ΔABC và ΔA'B'C' có :

$\hat{B} = \hat{B}'$

BC = B'C'

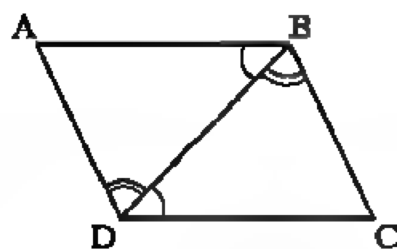
$\hat{C} = \hat{C}'$

thì ΔABC = ΔA'B'C' (h.93)

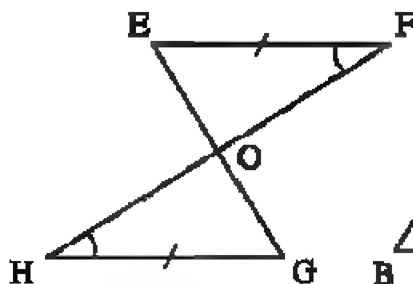


Hình 93

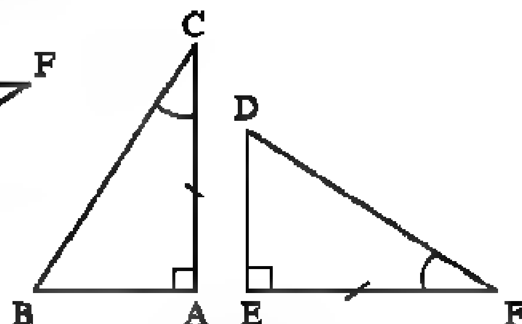
?2 *Tìm các tam giác bằng nhau ở mỗi hình 94, 95, 96.*



Hình 94



Hình 95



Hình 96

3. Hệ quả

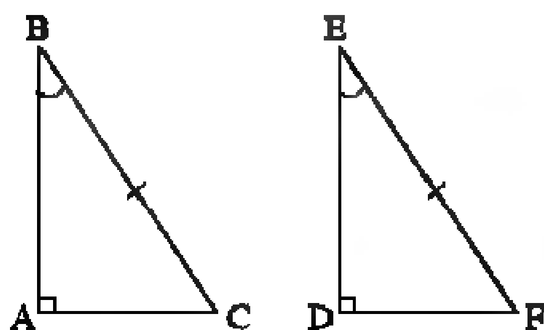
Từ trường hợp bằng nhau góc - cạnh - góc của hai tam giác, ta có các hệ quả :

Hệ quả 1 : *Nếu một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông này bằng một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.*

Học sinh tự chứng minh hệ quả 1.

Hệ quả 2 :

Nếu cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.



Hình 97

GT	ΔABC, $\widehat{A} = 90^o$ ΔDEF, $\widehat{D} = 90^o$ $BC = EF$, $\widehat{B} = \widehat{E}$
KL	$\Delta ABC = \Delta DEF$

Chứng minh (h.97) : Trong một tam giác vuông, hai góc nhọn phụ nhau nên :

$$\widehat{C} = 90^o - \widehat{B}$$

$$\widehat{F} = 90^o - \widehat{E}.$$

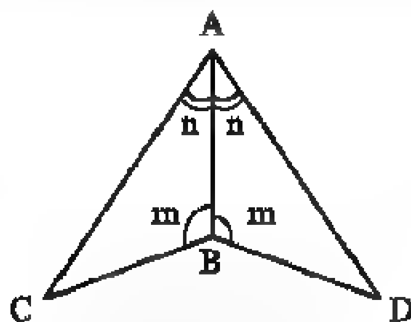
Ta lại có $\widehat{B} = \widehat{E}$ (giả thiết) suy ra $\widehat{C} = \widehat{F}$.

Từ đó suy ra $\Delta ABC = \Delta DEF$ (g.c.g).

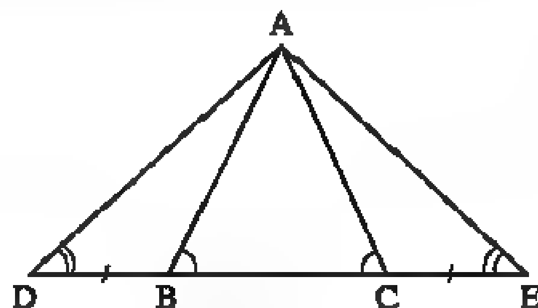
Bài tập

33. Vẽ tam giác ABC biết AC = 2cm, $\widehat{A} = 90^\circ$, $\widehat{C} = 60^\circ$.

34. Trên mỗi hình 98, 99 có các tam giác nào bằng nhau ? Vì sao ?



Hình 98



Hình 99

35. Cho góc xOy khác góc bẹt, Ot là tia phân giác của góc đó. Qua điểm H thuộc tia Ot, kẻ đường vuông góc với Ot, nó cắt Ox và Oy theo thứ tự ở A và B.

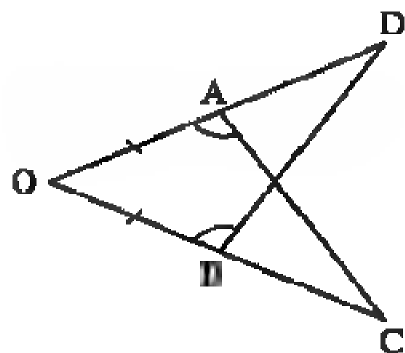
a) Chứng minh rằng OA = OB.

b) Lấy điểm C thuộc tia Ot, chứng minh rằng CA = CB và $\widehat{OAC} = \widehat{OBC}$.

Luyện tập 1

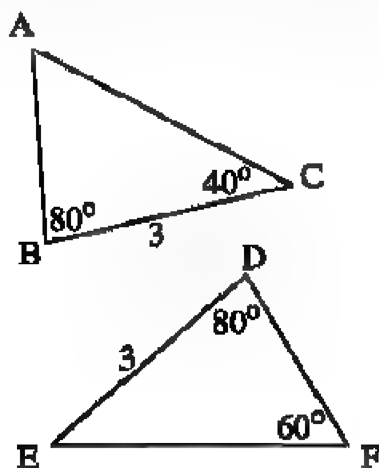
36. Trên hình 100 ta có OA = OB, $\widehat{OAC} = \widehat{OBD}$.

Chứng minh rằng AC = BD.

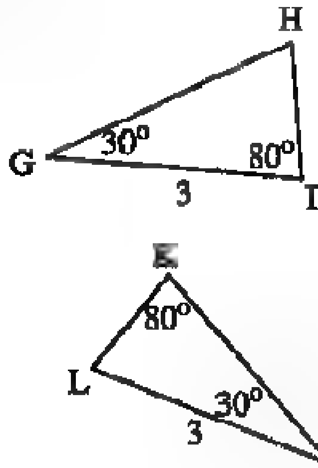


Hình 100

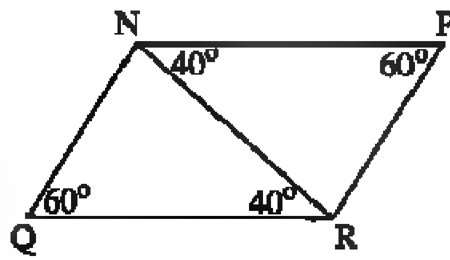
37. Trên mỗi hình 101, 102, 103 có các tam giác nào bằng nhau ? Vì sao ?



Hình 101



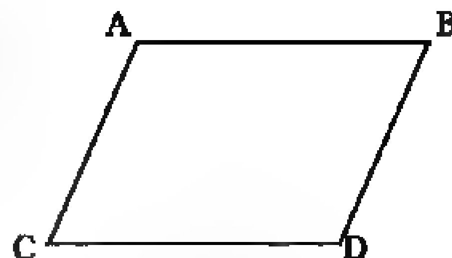
Hình 102



Hình 103

Lưu ý : Trong một bài toán, khi không ghi đơn vị độ dài, ta quy định rằng các độ dài có cùng đơn vị.

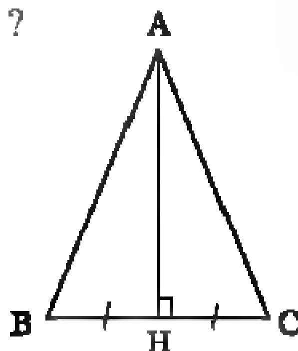
38. Trên hình 104 ta có AB // CD, AC // BD. Hãy chứng minh rằng AB = CD, AC = BD.



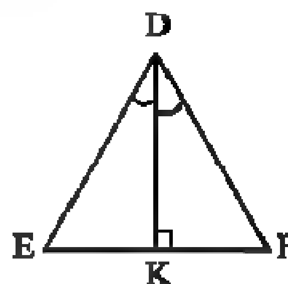
Hình 104

Luyện tập 2

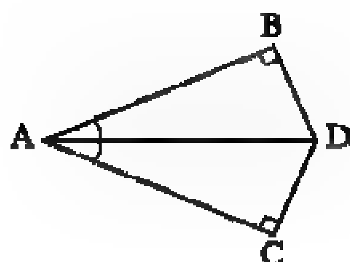
39. Trên mỗi hình 105, 106, 107, 108 có các tam giác vuông nào bằng nhau ? Vì sao ?



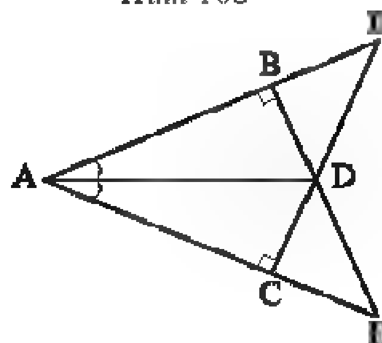
Hình 105



Hình 106



Hình 107

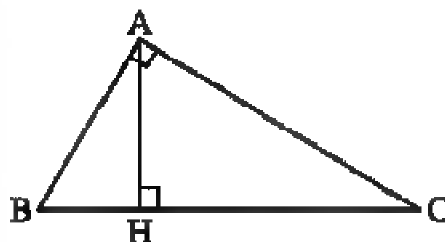


Hình 108

40. Cho tam giác ABC (AB ≠ AC), tia Ax đi qua trung điểm M của BC. Kẻ BE và CF vuông góc với Ax ($E \in Ax$, $F \in Ax$). So sánh các độ dài BE và CF.

41. Cho tam giác ABC. Các tia phân giác của các góc B và C cắt nhau ở I. Vẽ $ID \perp AB$ ($D \in AB$), $IE \perp BC$ ($E \in BC$), $IF \perp AC$ ($F \in AC$). Chứng minh rằng ID = IE = IF.

42. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 90^\circ$ (h.109). Kẻ AH vuông góc với BC ($H \in BC$). Các tam giác AHC và BAC có AC là cạnh chung, $\widehat{C}$ là góc chung, $\widehat{AHC} = \widehat{BAC} = 90^\circ$, nhưng hai tam giác đó không bằng nhau.
Tại sao ở đây không thể áp dụng trường hợp góc – cạnh – góc để kết luận $\Delta AHC = \Delta BAC$?



Hình 109

Luyện tập về ba trường hợp bằng nhau của tam giác

43. Cho góc xOy khác góc bẹt. Lấy các điểm A, B thuộc tia Ox sao cho OA < OB. Lấy các điểm C, D thuộc tia Oy sao cho OC = OA, OD = OB. Gọi E là giao điểm của AD và BC. Chứng minh rằng :

a) AD = BC ;

b) ΔEAB = ΔECD ;

c) OE là tia phân giác của góc xOy.

44. Cho tam giác ABC có $\widehat{B} = \widehat{C}$. Tia phân giác của góc A cắt BC tại D.

Chứng minh rằng :

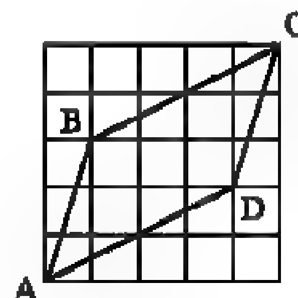
a) ΔADB = ΔADC ;

b) AB = AC.

45. ***Đố :*** Cho bốn đoạn thẳng AB, BC, CD, DA trên giấy kẻ ô vuông như ở hình 110. Hãy dùng lập luận để giải thích :

a) AB = CD, BC = AD ;

b) AB // CD.



Hình 110

§6. Tam giác cân

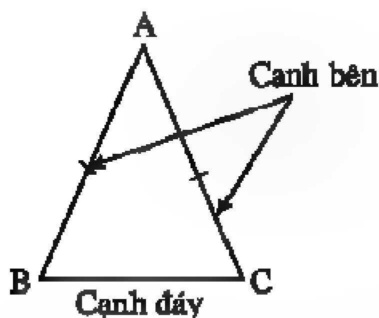
Làm quen với một dạng tam giác đặc biệt : tam giác có hai cạnh bằng nhau

1. Định nghĩa

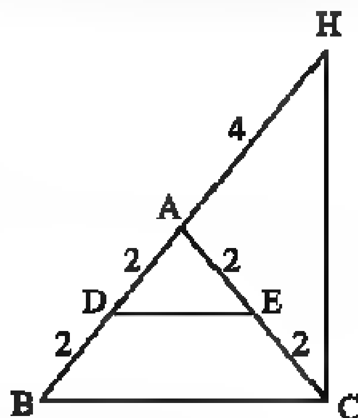
Tam giác cân là tam giác có hai cạnh bằng nhau.

Trên hình 111, ta có tam giác cân ABC (AB = AC). Ta gọi AB và AC là các *cạnh bên*, BC là *cạnh đáy*, $\widehat{B}$ và $\widehat{C}$ là các *góc ở đáy*, $\widehat{A}$ là *góc ở đỉnh*

Tam giác ABC có AB = AC còn được gọi là tam giác ABC *cân tại A*.



Hình 111

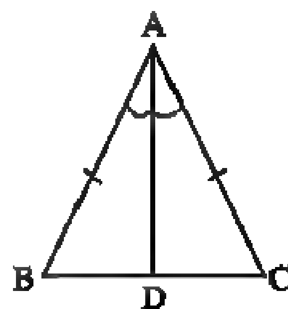


Hình 112

?1 *Tìm các tam giác cân trên hình* 112. *Kể tên các cạnh bên, cạnh đáy, góc ở đáy, góc ở đỉnh của các tam giác cân đó.*

2. Tính chất

?2 *Cho tam giác* ABC *cân tại* A. *Tia phân giác của góc* A *cắt* BC *ở* D (h.113). *Hãy so sánh* $\widehat{ABD}$ *và* $\widehat{ACD}$.



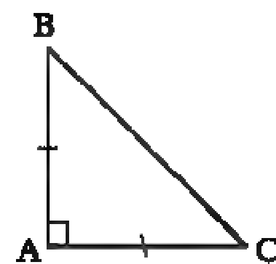
Hình 113

Ta có *định lí* 1 :

Trong một tam giác cân, hai góc ở đáy bằng nhau.

• Ngược lại, ta cũng chứng minh được *định lí* 2 (xem bài tập 44) :

Nếu một tam giác có hai góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân.



Hình 114

Định nghĩa : *Tam giác vuông cân là tam giác vuông có hai cạnh góc vuông bằng nhau* (h.114)

?3 *Tính số đo mỗi góc nhọn của một tam giác vuông cân.*

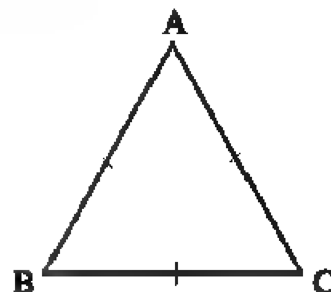
3. Tam giác đều

Định nghĩa : *Tam giác đều là tam giác có ba cạnh bằng nhau.*

?4 *Vẽ tam giác đều* ABC (h.115)

a) Vì sao $\widehat{B} = \widehat{C}$, $\widehat{C} = \widehat{A}$?

b) Tính số đo mỗi góc của tam giác ABC.



Hình 115

• Từ các định lí 1 và 2, ta có các *hệ quả :*

Trong một tam giác đều, mỗi góc bằng 60°.

– *Nếu một tam giác có ba góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác đều.*

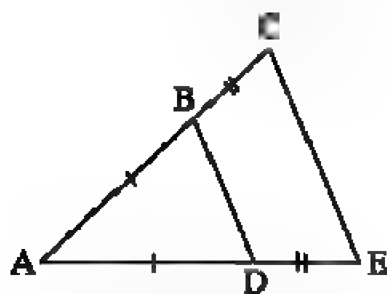
– *Nếu một tam giác cân có một góc bằng* 60° *thì tam giác đó là tam giác đều.*

Bài tập

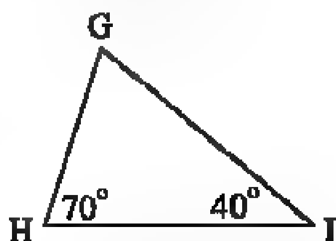
46. a) Dùng thước có chia xentimét và compa vẽ tam giác ABC cân tại B có cạnh đáy bằng 3cm, cạnh bên bằng 4cm.

b) Dùng thước có chia xentimét và compa vẽ tam giác đều ABC có cạnh bằng 3cm.

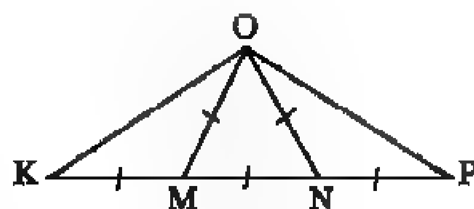
47. Trong các tam giác trên các hình 116, 117, 118 tam giác nào là tam giác cân, tam giác nào là tam giác đều ? Vì sao ?



Hình 116



Hình 117



Hình 118

48. Cắt một tấm bìa hình tam giác cân. Hãy gấp tấm bìa đó sao cho hai cạnh bên trùng nhau để kiểm tra rằng hai góc ở đáy bằng nhau.

49. a) Tính các góc ở đáy của một tam giác cân biết góc ở đỉnh bằng 40°.

b) Tính góc ở đỉnh của một tam giác cân biết góc ở đáy bằng 40°.

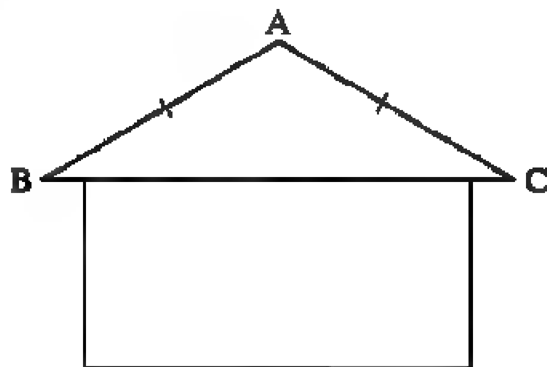
Luyện tập

50. Hai thanh AB và AC của vì kèo một mái nhà thường bằng nhau (h.119) và thường tạo với nhau một góc bằng :

a) 145° nếu mái là tôn ;

b) 100° nếu mái là ngói.

Tính góc ABC trong từng trường hợp.



Hình 119

51. Cho tam giác ABC cân tại A. Lấy điểm D thuộc cạnh AC, điểm E thuộc cạnh AB sao cho AD = AE.

a) So sánh $\widehat{ABD}$ và $\widehat{ACE}$.

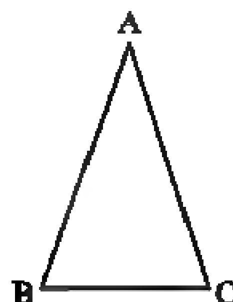
b) Gọi I là giao điểm của BD và CE Tam giác IBC là tam giác gì ? Vì sao ?

52. Cho góc xOy có số đo 120^0, điểm A thuộc tia phân giác của góc đó. Kẻ AB vuông góc với Ox ($B \in Ox$), kẻ AC vuông góc với Oy ($C \in Oy$). Tam giác ABC là tam giác gì ? Vì sao ?

Bài đọc thêm

Giả thiết và kết luận của định lí 1 và định lí 2 ở trang 126 có thể viết như sau (h.120) :

	Định lí 1	Định lí 2
GT	ΔABC $AB = AC$	ΔABC $\hat{B} = \hat{C}$
KL	$\hat{B} = \hat{C}$	$AB = AC$



Hình 120

Ta thấy : $\hat{B} = \hat{C}$ là giả thiết của định lí 2 nhưng là kết luận của định lí 1, AB = AC là kết luận của định lí 2 nhưng là giả thiết của định lí 1. Nếu gọi định lí 1 là *định lí thuận* thì định lí 2 là *định lí đảo*.

Ta có thể viết gộp hai định lí 1 và 2 nói trên như sau :

Với mọi ΔABC : $\boxed{AB - AC \Leftrightarrow \hat{B} - \hat{C}}$

Kí hiệu "$\Leftrightarrow$" đọc là *khi và chỉ khi*

Nếu có $X \rightarrow Y$ và có $Y \Rightarrow X$ thì ta có thể viết $X \Leftrightarrow Y$.

Một số ví dụ về các định lí thuận và đảo :

Ví dụ 1. Xét hai đường thẳng bị cắt bởi một đường thẳng thứ ba.

Định lí thuận : Nếu hai góc so le trong bằng nhau thì hai đường thẳng song song.

Định lí đảo : Nếu hai đường thẳng song song thì hai góc so le trong bằng nhau.

Ví dụ 2.

Định lí thuận : Trong một tam giác đều, ba góc bằng nhau

Định lí đảo : Nếu một tam giác có ba góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác đều.

Chú ý rằng không phải định lí nào cũng có định lí đảo.

Chẳng hạn với định lí : *Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau*, câu phát biểu đảo : *Hai góc bằng nhau thì đối đỉnh* không đúng, nó không phải là một định lí.

§7. Định lí Py-ta-go

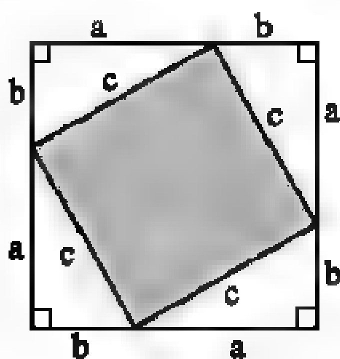
Trong tam giác vuông, nếu biết độ dài của hai cạnh thì ta tính được độ dài của cạnh thứ ba

1. Định lí Py-ta-go

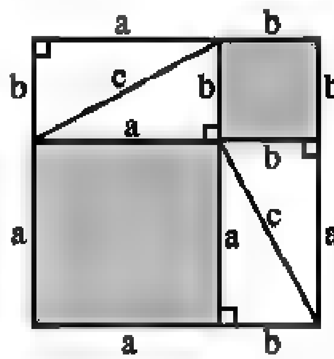
?1 *Vẽ một tam giác vuông có các cạnh góc vuông bằng* 3cm *và* 4cm. *Đo độ dài cạnh huyền.*

?2 *Lấy giấy trắng cắt tám tam giác vuông bằng nhau. Trong mỗi tam giác vuông đó, ta gọi độ dài các cạnh góc vuông là* a *và* b, *gọi độ dài cạnh huyền là* c. *Cắt hai tấm bìa hình vuông có cạnh bằng* a + b.

a) Đặt bốn tam giác vuông lên tấm bìa hình vuông như hình 121. *Phần bìa không bị che lấp là một hình vuông có cạnh bằng* c, *tính diện tích phần bìa đó theo* c.



Hình 121



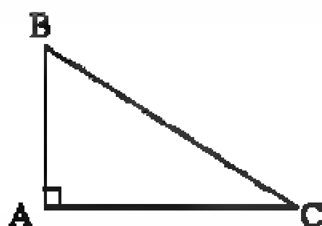
Hình 122

b) Đặt bốn tam giác vuông còn lại lên tấm bìa hình vuông thứ hai như hình 122. *Phần bìa không bị che lấp gồm hai hình vuông có cạnh là* a *và* b, *tính diện tích phần bìa đó theo* a *và* b

c) Từ đó rút ra nhận xét gì về quan hệ giữa c^2 *và* $a^2 + b^2$?

• Ta có định lí Py-ta-go :

> *Trong một tam giác vuông, bình phương của cạnh huyền bằng tổng các bình phương của hai cạnh góc vuông.*

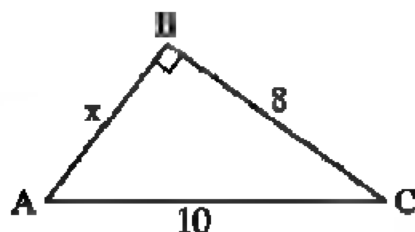


ΔABC vuông tại A $\Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2$ (h.123)

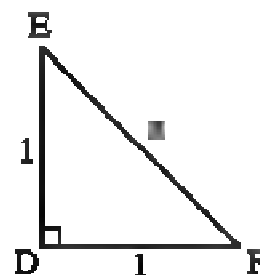
Hình 123

Lưu ý : Để cho gọn, ta gọi bình phương độ dài của một đoạn thẳng là bình phương của đoạn thẳng đó

?3 *Tìm độ dài x trên các hình* 124, 125.



Hình 124



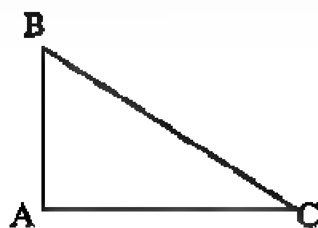
Hình 125

2. Định lí Py-ta-go đảo

?4 *Vẽ tam giác* ABC *có* AB = 3cm, AC = 4cm, BC = 5cm. *Hãy dùng thước đo góc để xác định số đo của góc* BAC.

• Ta có thể chứng minh được *định lí Py-ta-go đảo :*

> *Nếu một tam giác có bình phương của một cạnh bằng tổng các bình phương của hai cạnh kia thì tam giác đó là tam giác vuông*

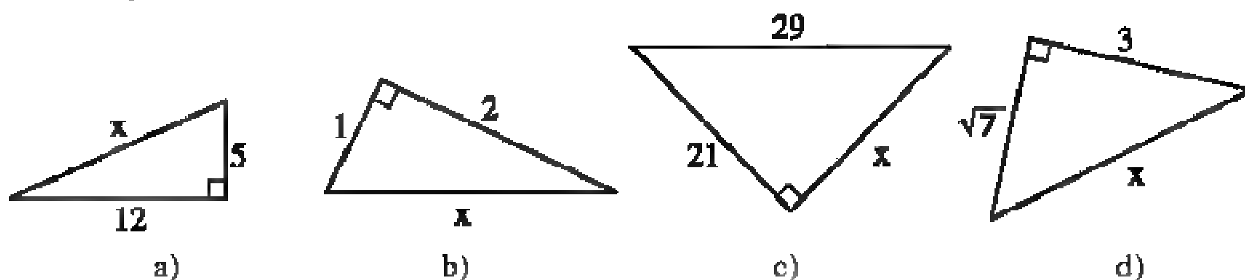


ΔABC, $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \widehat{BAC} = 90^\circ$ (h.126)

Hình 126

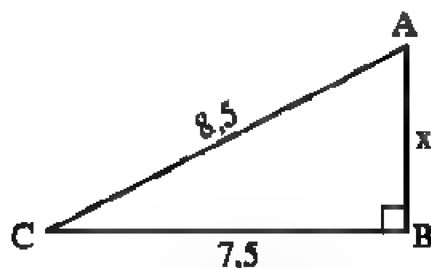
Bài tập

53. Tìm độ dài x trên hình 127

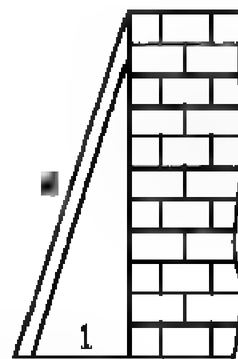


Hình 127

54. Đoạn lên dốc từ C đến A dài 8,5m, độ dài CB bằng 7,5m (h.128). Tính chiều cao AB.



Hình 128



Hình 129

55. Tính chiều cao của bức tường (h.129) biết rằng chiều dài của thang là 4m và chân thang cách tường là 1m.

Luyện tập 1

56. Tam giác nào là tam giác vuông trong các tam giác có độ dài ba cạnh như sau .

a) 9cm, 15cm, 12cm ;

b) 5dm, 13dm, 12dm ;

c) 7m, 7m, 10m ?

57. Cho bài toán : "Tam giác ABC có AB = 8, AC = 17, BC = 15 có phải là tam giác vuông hay không ?" Bạn Tâm đã giải bài toán đó như sau :

$$AB^2 + AC^2 = 8^2 + 17^2 = 64 + 289 = 353$$

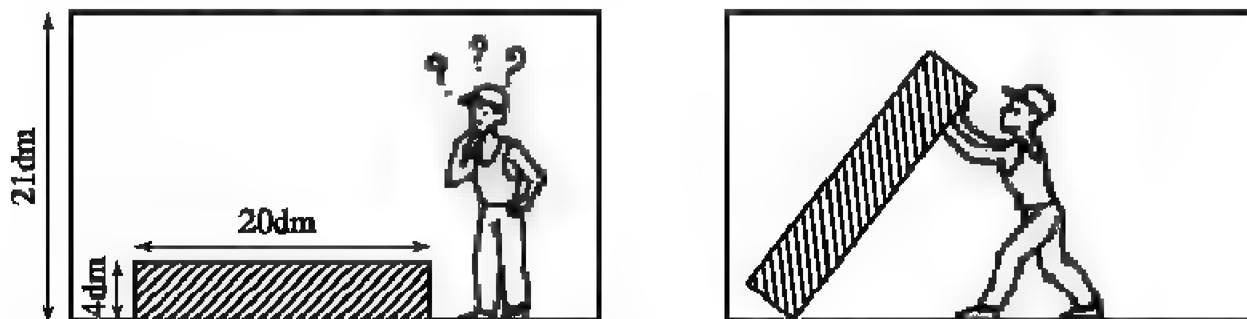
$$BC^2 = 15^2 = 225.$$

Do 353 ≠ 225 nên $AB^2 + AC^2 \neq BC^2$.

Vậy tam giác ABC không phải là tam giác vuông.

Lời giải trên đúng hay sai ? Nếu sai, hãy sửa lại cho đúng.

58. ***Đố :*** Trong lúc anh Nam dựng tủ cho đứng thẳng, tủ có bị vướng vào trần nhà không ? (h.130).



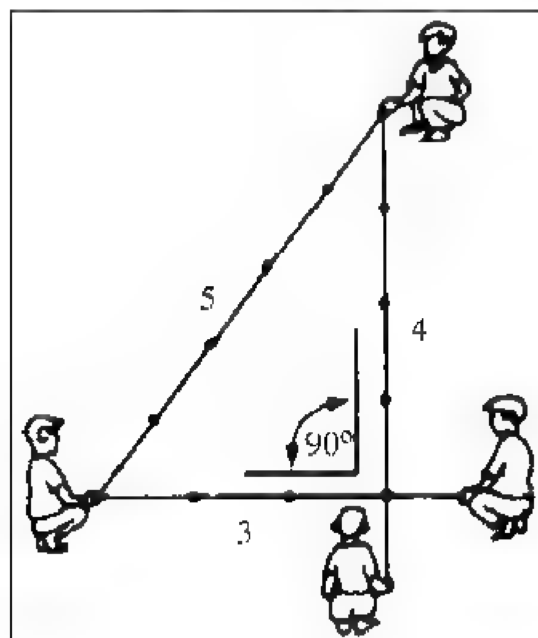
Hình 130



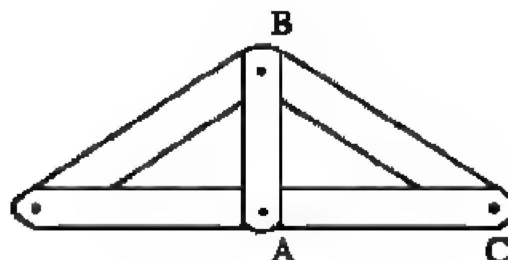
Có thể em chưa biết

Khoảng một nghìn năm trước Công nguyên, người Ai Cập đã biết căng dây gồm các đoạn có độ dài 3, 4, 5 để tạo ra một góc vuông (h 131). Vì thế, tam giác có độ dài ba cạnh bằng 3, 4, 5 đơn vị được gọi là *tam giác Ai Cập.*

Khi làm nhà tre, nhà gỗ, người thợ mộc đục các lỗ A, B, C của trụ chống AB, phần quá giang AC, vì kèo BC sao cho AB, AC, BC tỉ lệ với 3, 4, 5 (h 132) thì khi dựng lên, bao giờ trụ chống cũng vuông góc với quá giang.

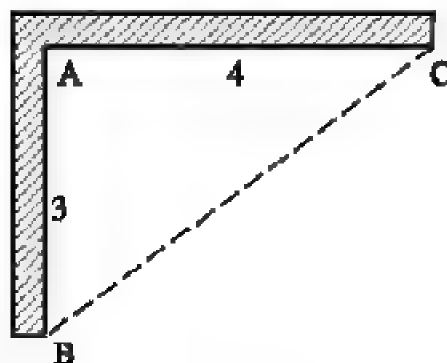


Hình 131



Hình 132

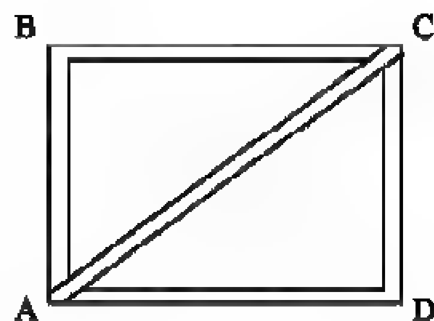
Khi xây móng nhà, để kiểm tra xem hai phần móng AB và AC có vuông góc với nhau hay không (h.133), người thợ cả thường lấy AB = 3dm, AC = 4dm, rồi đo BC, nếu BC = 5dm thì hai phần móng AB và AC vuông góc với nhau.



Hình 133

Luyện tập 2

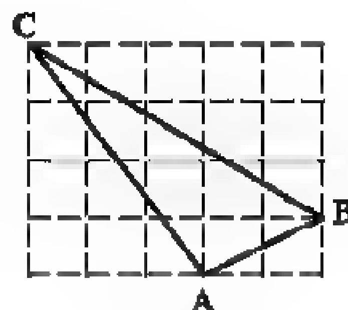
59. Bạn Tâm muốn đóng một nẹp chéo AC để chiếc khung hình chữ nhật ABCD được vững hơn (h.134). Tính độ dài AC, biết rằng AD = 48cm, CD = 36cm.



Hình 134

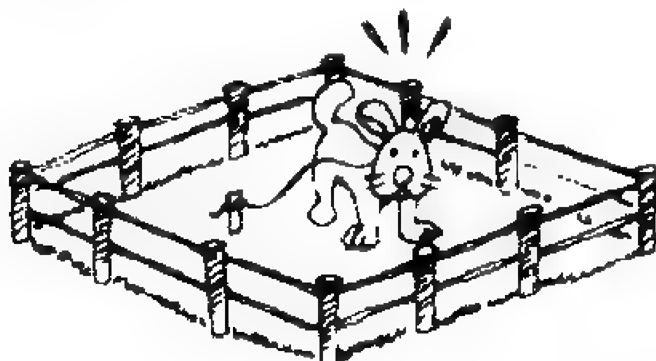
60. Cho tam giác nhọn ABC. Kẻ AH vuông góc với BC ($H \in BC$). Cho biết AB = 13cm, AH = 12cm, HC = 16cm. Tính các độ dài AC, BC.

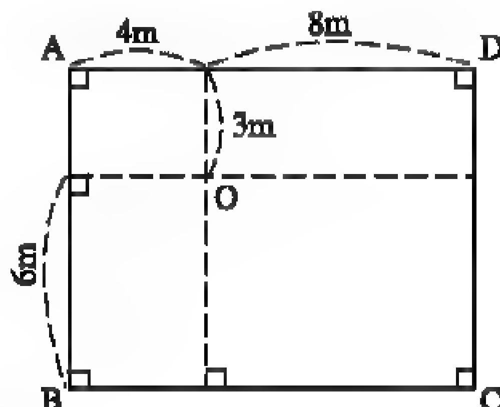
61. Trên giấy kẻ ô vuông (độ dài cạnh của ô vuông bằng 1), cho tam giác ABC như hình 135. Tính độ dài mỗi cạnh của tam giác ABC.



Hình 135

62. ***Đố :*** Người ta buộc con Cún bằng sợi dây có một đầu buộc tại điểm O làm cho con Cún cách điểm O nhiều nhất là 9m (h.136). Con Cún có thể tới các vị trí A, B, C, D để canh giữ mảnh vườn hình chữ nhật ABCD hay không ? (các kích thước như trên hình vẽ).





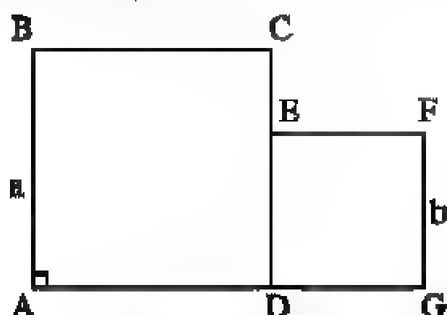
Hình 136



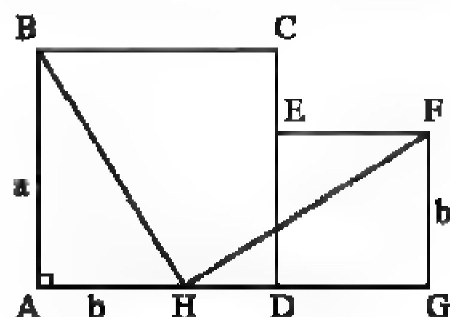
Có thể em chưa biết

Ghép hai hình vuông thành một hình vuông

Cho hai hình vuông ABCD cạnh a và DEFG cạnh b ($a \geq b$) đặt cạnh nhau như ở hình 137. Ta có thể cắt hai hình vuông đó thành một số mảnh rồi ghép lại thành một hình vuông mới.



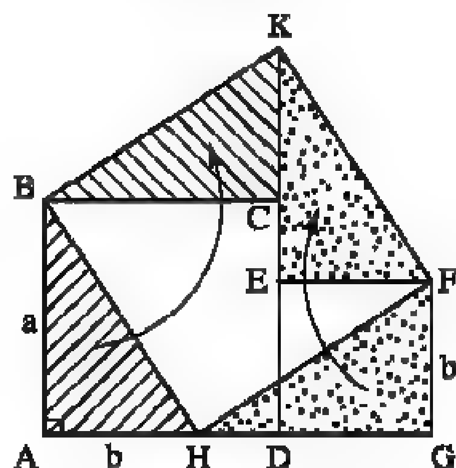
Hình 137



Hình 138

Vì diện tích của hình vuông mới bằng $a^2 + b^2$ nên cạnh c của hình vuông mới phải thoả mãn điều kiện $c^2 = a^2 + b^2$. Do đó nếu ta lấy điểm H trên cạnh AD sao cho AH = b (h.138) thì theo định lí Py-ta-go cạnh hình vuông mới bằng BH.

Ta cắt hình theo BH và HF rồi quay các tam giác BAH và FGH như trên hình 139, ta được hình vuông mới BHFK.



Hình 139

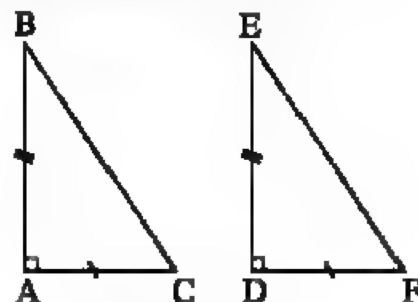
§8. Các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông

Thêm một cách nữa để nhận biết hai tam giác vuông bằng nhau

1. Các trường hợp bằng nhau đã biết của hai tam giác vuông

Nhờ các trường hợp bằng nhau của tam giác, ta đã suy ra :

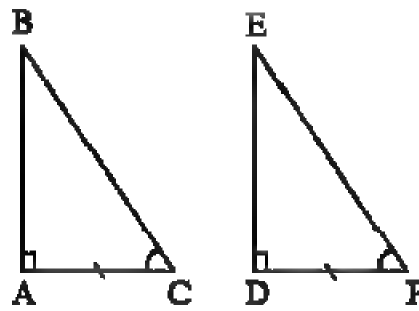
– Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này lần lượt bằng hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau (theo trường hợp cạnh - góc - cạnh, h.140).



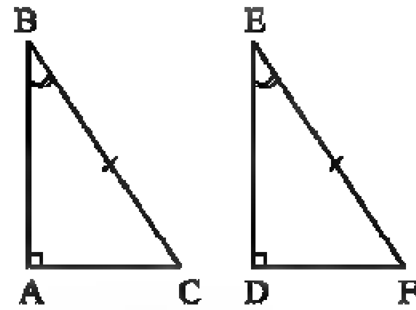
Hình 140

Nếu một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông này bằng một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau (theo trường hợp góc - cạnh - góc, h.141).

Nếu cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau (theo trường hợp góc cạnh góc, h.142).

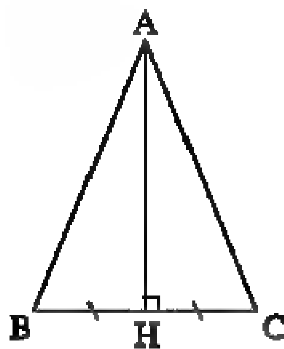


Hình 141

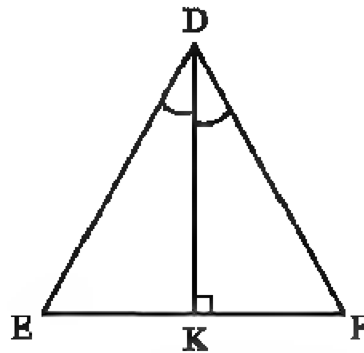


Hình 142

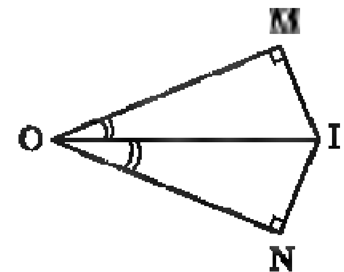
?1 *Trên mỗi hình* 143, 144, 145 *có các tam giác vuông nào bằng nhau ? Vì sao ?*



Hình 143



Hình 144

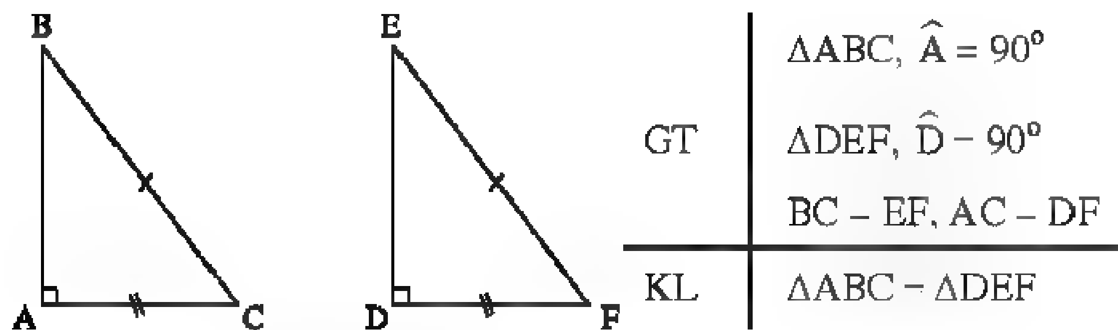


Hình 145

2. Trường hợp bằng nhau về cạnh huyền và cạnh góc vuông

• Nhờ định lí Py-ta-go, ta dễ dàng chứng minh được một trường hợp bằng nhau nữa của hai tam giác vuông.

> *Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.*



Hình 146

Chứng minh (h.146) : Đặt BC = EF = a, AC = DF = b.

Xét ΔABC vuông tại A, theo định lí Py-ta-go ta có $AB^2 + AC^2 = BC^2$ nên :

$$AB^2 = BC^2 - AC^2 = a^2 - b^2 \qquad (1)$$

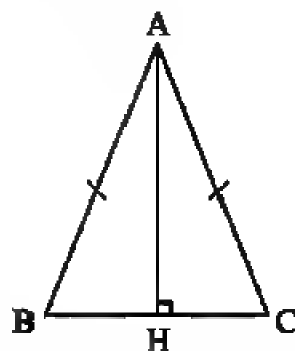
Xét ΔDEF vuông tại D, theo định lí Py-ta-go ta có $DE^2 + DF^2 = EF^2$ nên :

$$DE^2 = EF^2 - DF^2 = a^2 - b^2 \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $AB^2 = DE^2$ nên AB = DE.

Từ đó suy ra ΔABC = ΔDEF (c.c.c).

?2 *Cho tam giác* ABC *cân tại* A. *Kẻ* AH *vuông góc với* BC (h.147). *Chứng minh rằng* ΔAHB = ΔAHC *(giải bằng hai cách).*



Hình 147

Bài tập

63. Cho tam giác ABC cân tại A. Kẻ AH vuông góc với BC (H ∈ BC). Chứng minh rằng :

a) HB = HC ;

b) $\widehat{BAH} = \widehat{CAH}$.

64. Các tam giác vuông ABC và DEF có $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$, AC = DF. Hãy bổ sung thêm một điều kiện bằng nhau (về cạnh hay về góc) để ΔABC = ΔDEF

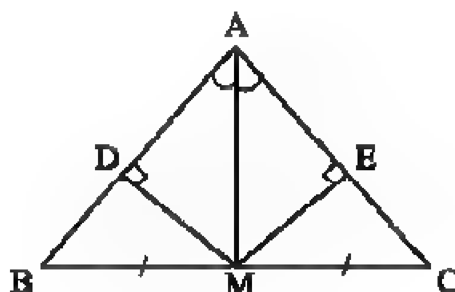
Luyện tập

65. Cho tam giác ABC cân tại A ($\widehat{A} < 90°$). Vẽ BH ⊥ AC (H ∈ AC), CK ⊥ AB (K ∈ AB).

a) Chứng minh rằng AH = AK.

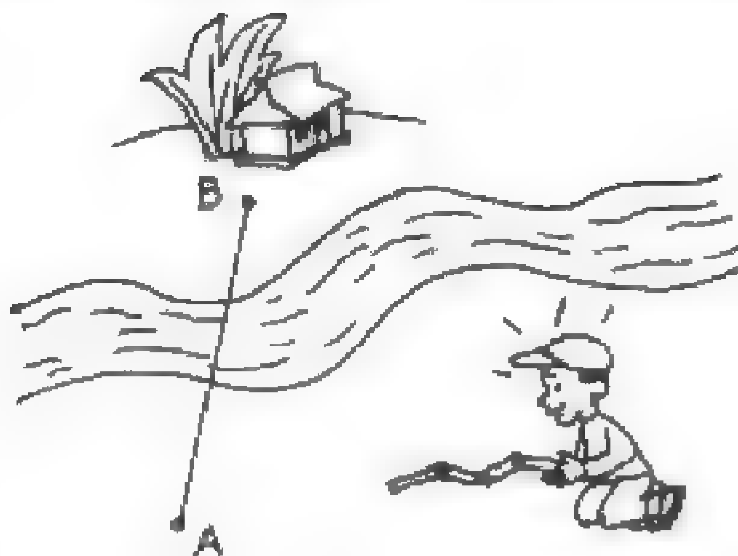
b) Gọi I là giao điểm của BH và CK. Chứng minh rằng AI là tia phân giác của góc A.

66. Tìm các tam giác bằng nhau trên hình 148 :



Hình 148

§9. Thực hành ngoài trời



Hình 149

Em có thể đo được khoảng cách giữa hai điểm A và B bị ngăn cách bởi con sông hay không ?

 *Trên hình 149, không trực tiếp đo được độ dài đoạn thẳng AB thì làm thế nào để biết độ dài của nó ?*

1. Nhiệm vụ

Cho trước hai cọc A và B trong đó ta nhìn thấy cọc B nhưng không đi được đến B. Hãy tìm cách xác định khoảng cách AB giữa hai chân cọc

2. Chuẩn bị

Mỗi tổ học sinh chuẩn bị :

– Ba cọc tiêu, mỗi cọc dài khoảng 1,2m.

– Một giác kế.

– Một sợi dây dài khoảng 10m để kiểm tra kết quả

Một thước đo.

3. Hướng dẫn cách làm (h.150)

– Dùng giác kế vạch đường thẳng xy vuông góc với AB tại A.

– Mỗi tổ chọn một điểm E nằm trên xy.

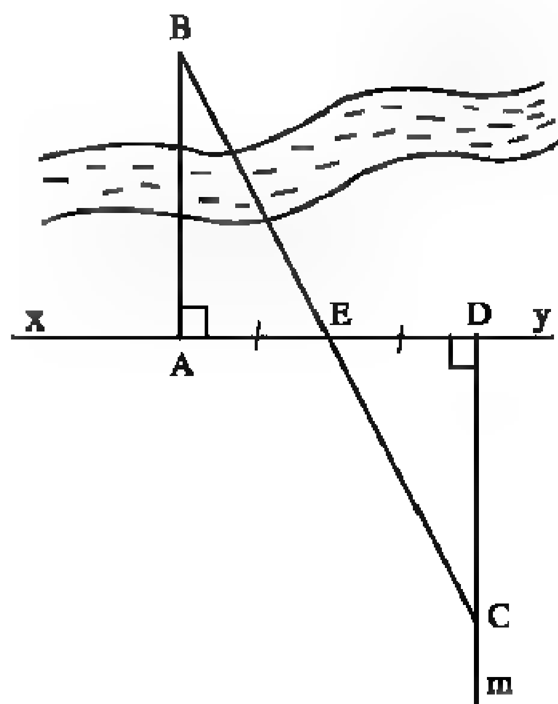
Xác định điểm D sao cho E là trung điểm của AD.

– Dùng giác kế vạch tia Dm vuông góc với AD.

Bằng cách gióng đường thẳng, chọn điểm C nằm trên tia Dm sao cho B, E, C thẳng hàng

– Đo độ dài CD.

– Hãy giải thích vì sao CD = AB. Báo cáo kết quả độ dài AB.



Hình 150

Ôn tập chương II

Các nội dung chính :
- Tổng ba góc của một tam giác.
- Các trường hợp bằng nhau của hai tam giác.
- Tam giác cân.
- Định lí Py-ta-go.

Câu hỏi ôn tập

1. Phát biểu định lí về tổng ba góc của một tam giác, tính chất góc ngoài của tam giác.

2. Phát biểu ba trường hợp bằng nhau của hai tam giác.

3. Phát biểu các trường hợp bằng nhau của hai tam giác vuông.

4. Phát biểu định nghĩa tam giác cân, tính chất về góc của tam giác cân. Nêu các cách chứng minh một tam giác là tam giác cân.

5. Phát biểu định nghĩa tam giác đều, tính chất về góc của tam giác đều. Nêu các cách chứng minh một tam giác là tam giác đều.

6. Phát biểu định lí Py-ta-go (thuận và đảo).

Một số bảng tổng kết

1. Các trường hợp bằng nhau của hai tam giác

TAM GIÁC	TAM GIÁC VUÔNG	
c.c.c	Cạnh huyền - cạnh góc vuông	
c.g.c	c.g.c	
g.c.g	g.c.g	Cạnh huyền - góc nhọn

2. Tam giác và một số dạng tam giác đặc biệt

	TAM GIÁC	TAM GIÁC CÂN	TAM GIÁC ĐỀU	TAM GIÁC VUÔNG	TAM GIÁC VUÔNG CÂN
Định nghĩa	A, B, C không thẳng hàng	ΔABC $AB = AC$	ΔABC $AB = BC = CA$	ΔABC $\widehat{A} - 90^0$	ΔABC $\widehat{A} - 90^0$, $AB - AC$
Quan hệ giữa các góc	$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} - 180^0$ $\widehat{C_1} - \widehat{A} + \widehat{B}$ $\widehat{C_1} > \widehat{A}$ $\widehat{C_1} > \widehat{B}$	$\widehat{B} = \widehat{C}$ $\widehat{B} - \dfrac{180^0 \quad \widehat{A}}{2}$ $\widehat{A} = 180^0 \quad 2\widehat{B}$	$\widehat{A} - \widehat{B} - \widehat{C} - 60^0$	$\widehat{B} + \widehat{C} - 90^0$	$\widehat{B} - \widehat{C} - 45^0$
Quan hệ giữa các cạnh	Học ở chương III	$AB = AC$	$AB - BC = CA$	$BC^2 = AB^2 + AC^2$ $BC > AB$ $BC > AC$	$AB - AC - c$ $BC \quad c\sqrt{2}$

Bài tập

67. Điền dấu "x" vào chỗ trống (...) một cách thích hợp :

Câu	Đúng	Sai
1. Trong một tam giác, góc nhỏ nhất là góc nhọn	...	...
2. Trong một tam giác, có ít nhất là hai góc nhọn	...	...
3. Trong một tam giác, góc lớn nhất là góc tù	...	...
4. Trong một tam giác vuông, hai góc nhọn bù nhau	...	...
5. Nếu $\widehat{A}$ là góc ở đáy của một tam giác cân thì $\widehat{A} < 90^0$	...	..
6. Nếu $\widehat{A}$ là góc ở đỉnh của một tam giác cân thì $\widehat{A} < 90^0$.	...	...

68. Các tính chất sau đây được suy ra trực tiếp từ định lí nào ?

a) Góc ngoài của một tam giác bằng tổng hai góc trong không kề với nó.
b) Trong một tam giác vuông, hai góc nhọn phụ nhau.
c) Trong một tam giác đều, các góc bằng nhau.
d) Nếu một tam giác có ba góc bằng nhau thì tam giác đó là tam giác đều

69. Cho điểm A nằm ngoài đường thẳng a. Vẽ cung tròn tâm A cắt đường thẳng a ở B và C. Vẽ các cung tròn tâm B và tâm C có cùng bán kính sao cho chúng cắt nhau tại một điểm khác A, gọi điểm đó là D. Hãy giải thích vì sao AD vuông góc với đường thẳng a

70. Cho tam giác ABC cân tại A. Trên tia đối của tia BC lấy điểm M, trên tia đối của tia CB lấy điểm N sao cho BM = CN

a) Chứng minh rằng tam giác AMN là tam giác cân.

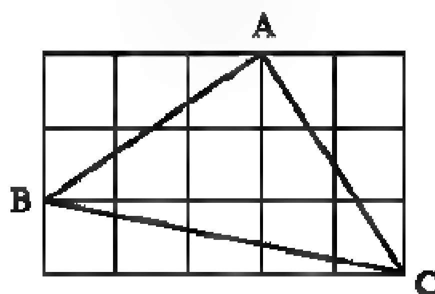
b) Kẻ BH ⊥ AM ($H \in AM$), kẻ CK ⊥ AN ($K \in AN$). Chứng minh rằng BH = CK.

c) Chứng minh rang AH = AK.

d) Gọi O là giao điểm của HB và KC. Tam giác OBC là tam giác gì ? Vì sao ?

e) Khi $\widehat{BAC} = 60^\circ$ và BM = CN = BC, hãy tính số đo các góc của tam giác AMN và xác định dạng của tam giác OBC.

71. Tam giác ABC trên giấy kẻ ô vuông (h.151) là tam giác gì ? Vì sao ?



Hình 151

72. ***Đố vui :*** Dũng đố Cường dùng 12 que diêm bằng nhau để xếp thành :

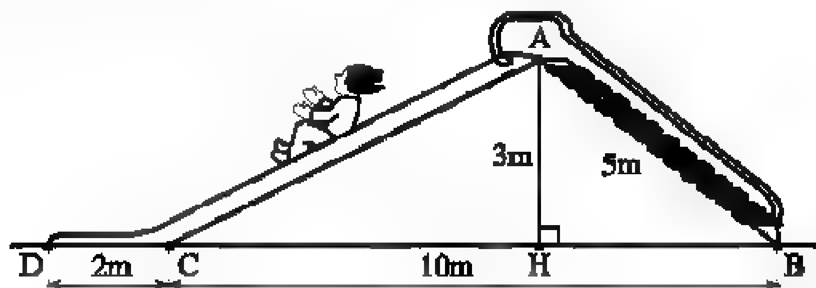
a) Một tam giác đều ;

b) Một tam giác cân mà không đều ;

c) Một tam giác vuông.

Em hãy giúp Cường trong từng trường hợp trên.

73. ***Đố :*** Trên hình 152, một cầu trượt có đường lên BA dài 5m, độ cao AH là 3m, độ dài BC là 10m và CD là 2m. Bạn Mai nói rằng đường trượt tổng cộng ACD gấp hơn hai lần đường lên BA. Bạn Vân nói rằng điều đó không đúng. Ai đúng, ai sai ?



Hình 152

MỤC LỤC

Chương I

ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

Chương II

TAM GIÁC

Chịu trách nhiệm xuất bản : Chủ tịch Hội đồng Thành viên kiêm Tổng Giám đốc NGƯT **NGÔ TRẦN ÁI**
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập GS.TS **VŨ VĂN HÙNG**

Biên tập lần đầu : **TRƯƠNG CÔNG THÀNH – NGUYỄN KIM THƯ**
Biên tập tái bản : **HOÀNG VIỆT**
Biên tập kĩ thuật và trình bày: **TRẦN THUÝ HẠNH – ĐINH XUÂN DUNG**
Trình bày bìa : **BÙI QUANG TUẤN**
Sửa bản in : **ĐẶNG THỊ MINH THU**
Chế bản : **CÔNG TY CP DỊCH VỤ XUẤT BẢN GIÁO DỤC HÀ NỘI**

TOÁN 7 - TẬP MỘT

Mã số : 2H701T4
Số đăng kí KHXB : 01-2014/CXB/216-1062/GD.
In......, khổ 17 x 24 cm.
In tại Công ti cổ phần in ....
In xong và nộp lưu chiểu tháng ... năm 2014.

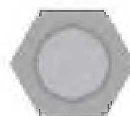




SÁCH GIÁO KHOA LỚP 7

1. Ngữ văn 7 (tập một, tập hai)
2. Lịch sử 7
3. Địa lí 7
4. Giáo dục công dân 7
5. Âm nhạc và Mĩ thuật 7
6. Toán 7 (tập một, tập hai)
7. Vật lí 7
8. Sinh học 7
9. Công nghệ 7
10. Tiếng nước ngoài :
    - Tiếng Anh 7
    - Tiếng Nga 7
    - Tiếng Pháp 7
    - Tiếng Trung Quốc 7
    - Tiếng Nhật 7

mã vạch


Tem chống giả

Giá: ....